UNIVERZA V NOVI GORICI
POSLOVNO-TEHNIŠKA FAKULTETA

# OPTIMIZACIJA OSKRBE Z ZELENJAVNIMI ŽIVILI Z UPORABO LINEARNEGA PROGRAMIRANJA

MAGISTRSKO DELO

**Vidojka Srebrnič**

Mentor: prof. dr. Bogdan Filipič

Nova Gorica, 2011

## ZAHVALA

Zahvaljujem se vsem, ki so mi pomagali pri izdelavi magistrskega dela. Posebna zahvala velja predavatelju in mentorju prof. dr. Bogdanu Filipiču, ki me je vodil skozi vse faze načrtovanja in izvedbe magistrskega dela o optimizaciji oskrbe z zelenjavnimi živili. Njegovo strokovno znanje s področja optimizacije mi je bilo v pomoč pri opredelitvi problema, kakor tudi pri uporabi izbrane optimizacijske metode linearnega programiranja. S svojimi izkušnjami v strokovnem pisanju pa mi je svetoval pri snovanju in oblikovanju magistrskega dela. Zahvaljujem se tudi prof. dr. Jušu Kocijanu za strokovno pomoč pri uporabi programskega orodja Matlab in terapevtski skupnosti, ki mi je posredovala podatke za izvedbo praktičnega primera optimizacije oskrbe z zelenjavnimi živili.

## NASLOV

**Optimizacija oskrbe z zelenjavnimi živili z uporabo linearnega programiranja**

## IZVLEČEK

Neugodne gospodarske razmere silijo posameznike, skupnosti in podjetja, da s svojimi viri ravnajo čim bolj gospodarno. Zniževanje stroškov je pomemben ukrep za ohranjanje konkurenčne prednosti. Pri oskrbi z zelenjavo je mogoče znižati letne stroške z optimalno količino pridelane in nabavljene zelenjave. Hkrati lahko določimo vrste in količine zelenjave, ki izpolnjujejo želene cilje z vidika zdravega prehranjevanja. Optimizacijski problem oskrbe z zelenjavnimi živili smo razčlenili na dva podproblema tako, da ju je mogoče rešiti z metodo linearnega programiranja. Za oba podproblema smo zasnovali matematična modela in zapisali njuni formulaciji. Z računalniškim programom Matlab smo sprva izvedli poskusno optimizacijo na hipotetičnem testnem problemu. V nadaljevanju smo pristop preizkusili na realnem problemu optimizacije oskrbe z zelenjavnimi živili v eni od terapevtskih skupnosti. Na osnovi razpoložljivih virov, ciljev in želja skupnosti smo definirali omejitve in zahteve oskrbe z zelenjavo. Rezultate optimizacije smo primerjali z dosedanjo prakso oskrbe v skupnosti. Ugotovili smo, da je njihov način oskrbe z vidika stroškov boljši, slabši pa sta izkoriščenost pridelovalne površine in oskrba z vidika zdravega prehranjevanja. Na osnovi teh ugotovitev smo terapevtski skupnosti predlagali izboljšavo oskrbe. Navedli smo tudi možno izboljšavo matematičnega modela in možnosti njegove razširitve z namenom uporabe na podobnih problemih.

## KLJUČNE BESEDE

optimizacija, oskrba z zelenjavo, minimizacija stroškov, omejitve, ciljna funkcija, linearno programiranje, Matlab

## TITLE

### Optimization of vegetable food supply using linear programming

## ABSTRACT

Adverse economic conditions force individuals, communities and companies to manage their resources in the most economical way. Cost reduction is an important measure to maintain a competitive advantage. In the supply of vegetables it is possible to reduce annual costs by optimizing the quantity of produced and purchased vegetables. At the same time, it is possible to determine the sorts and quantities of vegetables that fulfill the desired objectives in terms of healthy nutrition. We decomposed the optimization problem of vegetable food supply into two subproblems that can both be solved with the linear programming method. We designed mathematical models for both subproblems and wrote down their formulations. Using the Matlab computer program, we initially performed experimental optimization on a hypothetical test problem. Afterwards, we tested the approach on a real problem of optimizing the vegetable food supply in a therapeutic community. On the basis of data on available resources, community objectives and preferences we defined the constraints and requirements for the supply. We compared the optimization results with the existing vegetable food supply in the community. Their supply is better in terms of costs, but worse in utilization of the available land and in terms of healthy nutrition. Based on these findings we proposed certain improvements of supply to the community. We also describe a possible improvement of the mathematical model and possibilities of its extension for use on similar problems.

## KEYWORDS

optimization, supply of vegetables, minimization of costs, constraints, target function, linear programming, Matlab

## KAZALO

## KAZALO SLIK

## KAZALO TABEL

# 1 UVOD

Magistrsko delo obravnava vprašanji zdravega prehranjevanja in domače pridelave zelenjave s končnim ciljem znižanja letnih stroškov pri oskrbi z zelenjavo v prehrambne namene.

Živimo v času gospodarske krize, ki neposredno ali posredno vpliva na vsakega posameznika. Podjetja se soočajo z zmanjšanim povpraševanjem in prodajo, ki vodi v zmanjševanje plač zaposlenih ali celo odpuščanja. Zaradi zmanjšane kupne moči se povečuje socialna ogroženost posameznikov in družin. Plačilo obveznosti in osnovna oskrba s hrano predstavljata problem že marsikateri družini in mnogim glavna skrb postaja zmanjševanje stroškov. Oskrba s hrano je eno takih stroškovnih mest, na katero lahko vplivamo, v kolikor imamo na voljo površino za pridelovanje zelenjave. To možnost lahko izkoristi vsako gospodinjstvo kot tudi vsaka organizacija, ki vključuje proces oskrbe z zelenjavo, pa naj bo to njena primarna dejavnost ali sekundarni proces znotraj njenega delovanja.

Oskrba s hrano je vezana na način prehranjevanja, kar posledično narekuje potrebno količino zelenjave. Način oskrbe z zelenjavo, to je nakup ali lastna pridelava, ključno vpliva na stroške oskrbe. V kolikor zelenjavo kupujemo, imamo opraviti s stroški nabave, ki so neposredno vezani na cene zelenjave. V kolikor pa zelenjavo pridelujemo sami, imamo opraviti s stroški pridelave, ki so neposredno vezani samo na čas porabljen za gojenje in pridelavo, uporabljene pripomočke ter sadike oziroma semena.

Če primerjamo samo cene sadik in semen s prodajnimi cenami zelenjave, ki jo najdemo na tržnici in v trgovinah, ugotovimo, da se pri velikem številu vrst zelenjave bolj izplača gojenje in pridelava kot pa nabava. Večinoma pričakovani pridelek povrne stroške, ki smo jih imeli pri nabavi sadik in semen. To velja, ko pri gojenju in pridelavi zelenjave nimamo dodatnih stroškov delovne sile in imamo na voljo vsa delovna sredstva in pridelovalno površino. Tak primer je domača pridelava zelenjave s strani posameznika ali družine. V kolikor bi zelenjavo pridelovali sami, bi lahko skozi vse leto uživali zdrave obroke sveže zelenjave, obenem pa bi znižali skupne stroške prehrane. Informativno navajamo, da se za delo na vrtu za štiričlansko družino porabi povprečno eno do dve uri na dan oziroma sedem do 14 ur na teden, v posameznih primerih pa tudi več kot 20 ur na teden (Dermastija, 1997). Drugi primer so vzgojni zavodi in različne terapevtske skupnosti, v katerih vrtnarjenje lahko predstavlja tudi del terapije in vzgoje. Tretji primer so šole, ki morajo zagotoviti učencem, dijakom in študentom obrok hrane. Zlasti na agronomskih šolah in fakultetah je možno v okvir praktičnega usposabljanja vključiti gojenje in pridelovanje zelenjave in to nato uporabiti za pripravo obrokov za dijake in študente. Vsem tovrstnim organizacijam je skupno, da morajo zagotavljati prehrano in s tem tudi oskrbo z zelenjavo. Hkrati je veliko teh organizacij take narave, da delovna sila ne predstavlja stroška.

Podjetja, ki se ukvarjajo s pridelavo zelenjave in imajo zaposlene, pa morajo vključiti v izračun stroškov pridelave med drugim tudi strošek delovne sile. Isto velja za ustanove za prestajanje kazni, ki morajo po zakonu zapornikom plačati delež zaslužka, ki bi ga za isto delovno mesto imeli kot redno zaposleni. Organizacije, ki nimajo na voljo lastne pridelovalne površine in so jo primorane najeti, pa morajo upoštevati tudi strošek najema. Vendar se tudi v takih primerih lahko izkaže, da se pridelovanje izplača. To zlasti velja v primerih, ko je potrebno zagotoviti večjo količino zelenjave za večje število oseb ali pa so nabavne cene sveže zelenjave visoke. Cene se običajno precej zvišajo ob pomanjkanju zelenjave na trgu zaradi izpada pridelka, ki ga povzročijo suša, toča, bolezni ali drugi dejavniki.

Ne glede na to, ali gre za pridelavo posameznika, ustanove ali organizacije, je potrebno najprej določiti razpoložljivo pridelovalno površino. Povprečna velikost pridelovalne površine je odvisna tudi od razpoložljivih delovnih sredstev. Za štiričlansko družino zadostuje 5 do 30 $m^2$ vrta za gojenje sveže zelenjave oziroma 300 $m^2$ za gojenje večjega števila poljščin in vrtnin za ozimnico (Dermastija, 1997). Ko to določimo, nastopi vprašanje, katero zelenjavo in koliko je gojiti, da bomo imeli skupaj s preostalo nabavljeno zelenjavo letno najnižje stroške oskrbe, hkrati pa bomo zadostili potrebam zdravega prehranjevanja. Poiskati moramo ustrezne rastline, s katerimi bomo naše cilje dosegli. Ta naloga je lahka samo na prvi pogled, ko pa jo podrobneje analiziramo, ugotovimo, da je zahtevna. Če želimo doseči želeni cilj enostavno in poceni ter zagotoviti njegovo trajnost, hitro naletimo na težave (Golob Klančič, 2006). Odločitev zahteva analizo stroškov nabave in pridelave zelenjave, kakor tudi analizo vsebnosti hranljivih snovi in uporabe zelenjave za pripravo obrokov. Na osnovi želja, potreb in zahtev je lahko pri odločanju v pomoč optimizacija, s katero poiščemo odgovor na vprašanje optimalnega izbora rastlin. Rešitev tovrstnega problema je lahko v pomoč družinam kot tudi že omenjenim terapevtskim skupnostim, delovnim centrom in varstvenim skupinam. Sama ideja pa je lahko koristna tudi drugim organizacijam, saj jo lahko prilagodijo svojim potrebam in zahtevam ter tako z optimizacijo dosežejo konkurenčno prednost.

Med vrtičkarji domača pridelava zelenjave ni cenjena samo zaradi nižjih stroškov, temveč tudi zaradi sprostitve, ki jo nudi vrtnarjenje, in kakovosti domačega pridelka. Danes je namreč veliko govora o genetsko spremenjeni hrani, v miselnosti povprečnega človeka pa je še vedno težnja k nakupu zdrave, »nestrupene«, naravne zelenjave. Problem naše prehrane je tudi skromen izbor rastlinskih vrst, na kar opozarja tudi G. T. Wrench (Ostan, 2002). Kmetovanje že od svojih začetkov doživlja le siromašenje sort in kakovosti posameznih rastlinskih vrst. Potrebno bi bilo najti ustrezno ravnovesno kombinacijo bogatih živil. Leta 1993 se je začela nova doba v načinu pridelovanja in predelovanja rastlinske hrane, ki poskuša zadržati polni spekter rastlinskega bogastva. Začetnik te poti je ameriški raziskovalec in pridelovalec D. Sandoval (Ostan, 2002). Polnovredna surova prehrana po sestavinah ustreza tudi uradnim prehrambnim standardom. Sestavljena je izključno iz surovih sestavin rastlinskega izvora. Težava take prehrane pa je, da zahteva veliko dela, saj je potrebno vzgojiti veliko vrst kalčkov, zelenih poganjkov in mlade trave žit, iz katerih potem pripravimo sokove in živila (Ostan, 2002). Sandovalova tehnologija pridelovanja in predelovanja sokov v veliki meri ohranja kakovost žive hrane. Vsekakor hrani posvečamo premalo pozornosti. V Nemčiji na primer ugotavljajo na leto 600.000 smrti zaradi napačne prehrane. Po raziskavah, ki jih je opravilo nemško zvezno ministrstvo za zdravstvo, stanejo bolezni povezane s prehrano tretjino proračunskih sredstev za zdravstvo (Zittlau in Norbert, 2001). To je stanje, v katero lahko preide vsaka novodobna družba. Po drugi strani živijo nekateri ljudje v pomanjkanju hrane, bodisi zaradi naravnih nesreč, vojn ali finančne stiske, ki neredko udari po žepih in želodcih tudi številne družine.

Zelenjava je poleg sadja glavni vir pomembnih hranljivih snovi, kot so vitamini, minerali, balastne snovi, flavnoidi, grenčične snovi in ogljikovi hidrati, v njej pa najdemo tudi deleže beljakovin, katerih glavni vir je sicer meso. Z optimizacijo količin zelenjave v prehrani je možno poiskati optimalno kombinacijo zelenjave, ki ustreza našim zahtevam prehranjevanja, z optimizacijo v fazi gojenja in pridelave pa lahko dosegamo optimalni pridelek glede na cilje pridelave.

Pri gojenju in pridelavi zelenjave je poleg izbire ustreznih vrst zelenjave pomembna tudi ustrezna vzgoja sadik do spravila pridelka. Poleg znanja v vrtnarjenju igra pomembno vlogo tudi klimatsko mikrookolje. Današnje globalne klimatske spremembe dejansko vplivajo in bodo vplivale na kmetijstvo in naša življenja v prihodnosti. Dokazano je, da se podnebje spreminja (Klemenc, 2004). Gojenje in pridelava rastlin v prehrambne namene predstavljata eno izmed področij kmetijstva. V življenju človeka predstavljata zelo pomemben dejavnik, ki mu dandanes posvečamo premalo pozornosti. Gojenje in pridelava zelenjave sta pomembna tudi z vidika razvoja današnje civilizacije. Težnje po tehnološkem razvoju in povečevanje števila prebivalstva predstavljajo grožnjo današnjemu kmetijstvu. Po drugi strani pustošenja zaradi naravnih nesreč povzročajo vse večjo stopnjo lakote na svetu. Rešitev tovrstnih optimizacijskih problemov bi bila zato koristna.

Glavni namen te študije je opozoriti na problematiko oskrbe rastlin v prehrambne namene z namenom zmanjšanja letnih stroškov. Študija prinaša tudi vpogled v pomen same optimizacije kot tudi njeno izvedbo.

Doslej smo predstavili pomen in namen te študije. V drugem poglavju opisujemo značilnosti optimizacijskih problemov in različne metode njihovega reševanja. Prikazujemo postopek, kako problem definirati z omejitvami in zahtevami ter ga rešiti z ustrezno optimizacijsko metodo. Za reševanje obravnavanega optimizacijskega problema oskrbe z zelenjavnimi živili izberemo optimizacijsko metodo linearnega programiranja.

V tretjem poglavju obravnavani problem oskrbe definiramo in ga opredelimo kot dva ločena podproblema, ki ju je mogoče rešiti z metodo linearnega programiranja. Za oba podproblema predstavimo matematični model oziroma v nadaljevanju formulacijo problema.

V četrtem poglavju izvedemo testno optimizacijo z grafično metodo in metodo linearnega programiranja na primeru dveh spremenljivk. Pri obeh metodah uporabimo program Matlab in sicer za izris grafa in izvedbo optimizacije.

V petem poglavju predstavimo reševanje realnega problema oskrbe z zelenjavo v izbrani terapevtski skupnosti, ki nam je v ta namen posredovala potrebne podatke o načinu prehranjevanja in dosedanji praksi oskrbe z zelenjavo. Na željo članov in odgovornih v terapevtski skupnosti, te v magistrskem delu ne imenujemo.

Na osnovi primerjave rezultatov optimizacije s podatki dosedanje prakse oskrbe v terapevtski skupnosti, podajamo v šestem poglavju ključne ugotovitve o stanju oskrbe v skupnosti z vidika stroškov in zdravega prehranjevanja. Na osnovi izkušenj, pridobljenih med izvedbo optimizacije predlagamo izboljšave matematičnega modela, ki bi omogočile pridobiti natančnejšo sliko oskrbe z zelenjavo v obravnavani skupnosti. Obenem navajamo možnosti nadgradnje zasnovanega matematičnega modela, ki bi omogočile širšo uporabo modela pri reševanju raznolikih optimizacijskih problemov.

## 2 LINEARNO PROGRAMIRANJE

Konkurenčni boj na globalnem trgu sili podjetja in posameznike, da iščejo optimalne rešitve problemov na področju upravljanja poslovnih in zasebnih sistemov. V problemih odločanja nastopa veliko možnosti. Pri tem so pomembna teoretična in praktične znanja iz uporabe matematičnih modelov, ki pomagajo pri reševanju optimizacijskih problemov.

Značilnost vsakega optimizacijskega problema je, da se nanaša na določeno število spremenljivk, za katere iščemo optimalne vrednosti. Pri iskanju optimalne rešitve smo omejeni z omejitvami, ki se nanašajo na spremenljivke in skupaj definirajo dopustne rešitve. Optimalno rešitev iščemo na osnovi kriterija, po katerem ocenjujemo kombinacije vrednosti iskanih spremenljivk.

Obstaja več načinov reševanja optimizacijskih problemov, odvisno od njihovih značilnosti. Metode se razlikujejo glede na število neodvisnih spremenljivk, število kriterijev, po katerih ocenjujemo rešitve, in medsebojne odvisnosti spremenljivk v zapisu funkcij kriterijev in omejitev. Ko imamo opraviti z zahtevo po optimiranju po različnih kriterijih, nimamo opraviti samo z eno optimalno rešitvijo, temveč z množico optimalnih rešitev. Rešitev je Pareto optimalna, če v množici vseh dopustnih rešitev ne obstaja neka druga rešitev, ki bi bila boljša od te rešitve vsaj po enem kriteriju in ne slabša po ostalih (Robič in Filipič, 2004). Pri reševanju tovrstnih problemov so potrebne dodatne informacije o pomembnosti kriterijev. Ena izmed metod za reševanje večkriterijskih problemov so evolucijski algoritmi, ki kot populacijska metoda omogočajo sočasno iskanje več rešitev v enem samem zagonu algoritma. Na izbiro ustreznega načina reševanja vpliva tudi to, ali je problem deterministične ali stohastične narave. Za deterministične probleme veljata dve ključni predpostavki. Prva je, da so vzročno-posledični odnosi med spremenljivkami v matematičnem modelu natančno poznani. Druga predpostavka pa je, da so ob izračunu znane vrednosti vseh parametrov oziroma vhodnih podatkov, ki enolično določajo izhodno vrednost. Za stohastične probleme pa je značilna prisotnost elementov slučajnosti. To pomeni, da vsaj ena spremenljivka zavzema naključne vrednosti. Zaradi njih ni mogoče z gotovostjo napovedati, kakšne vrednosti bodo imele vrednosti iskanih spremenljivk (Čibej, 2006).

Za vsako vrsto optimizacijskih problemov poznamo več metod reševanja. Če je optimalna rešitev ekstrem (maksimum, minimum) linearne funkcije več spremenljivk z linearnimi omejitvami, se matematični postopek reševanja imenuje linearno programiranje. To je opredeljeno kot iskanje pogojnega ekstrema linearne funkcije pri pogojih, ki so podani v obliki linearnih enačb oziroma neenačb (Jamnik in Stanič, 2009).

Linearno programiranje omogoča iskanje optimalnih rešitev za probleme odločanja, kjer se omejitve in kriterijska funkcija dajo zapisati v linearni obliki. Problemi, ki jih rešujemo z linearnim programiranjem, imajo štiri skupne lastnosti (Oblak in Kropivšek, 2008):

- Skušajo poiskati maksimalno ali minimalno vrednost izbranih neodvisnih spremenljivk. Ta postopek imenujemo tudi iskanje optimalne rešitve kriterijske funkcije ali kriterija optimalnosti.
- Prisotnost omejitev v proučevanem problemu omejuje stopnjo svobode pri doseganju optimalne rešitve.
- Obstajati morajo različne možne rešitve problema ali alternative. Možnih rešitev problema je veliko, vendar je z linearnim programiranjem mogoče najti optimalno rešitev v skladu z zastavljenimi cilji.
- Kriterijska funkcija (tudi namenska ali ciljna) in omejitve so izražene v obliki linearnih enačb oziroma neenačb.

Ta metoda se ukvarja z optimizacijo (maksimizacijo, minimizacijo) linearne kriterijske funkcije ob upoštevanju linearnih omejitev in spada med najpogosteje uporabljene optimizacijske metode (Barden, 2009). Za optimizacijski problem postavimo matematični model, ki ga sestavljajo spremenljivke, omejitve in kriterijska funkcija. Matematični model optimizacijskega problema z omejitvami zapišemo, kot je razloženo v nadaljevanju:

Poiskati je potrebno množico $n$ spremenljivk $\mathbf{x}=[x_{1,}\ x_{1,}\ x_{3,\dots}\ x_{\mathrm{n}}]^T$, ki minimizira ali maksimizira funkcijo $f(\mathbf{x})$ in izpolnjuje omejitve. Omejitve so matematično zapisane v obliki enačb $g_j(\mathbf{x})$ in neenačb $p_j(\mathbf{x})$.

$g_i(\mathbf{x})$ $\quad i = 1 \ldots u$

$p_j(\mathbf{x})$ $\quad j = 1 \ldots v$

pri čemer so:

| | |
|---|---|
| $\mathbf{x}$ | vektor spremenljivk |
| $f(\mathbf{x})$ | kriterijska funkcija |
| $g_i(\mathbf{x})$, $p_j(\mathbf{x})$ | omejitve |

Linearni optimizacijski problem je zato vsak problem, pri katerem spremenljivke zadoščajo pogojem nenegativnosti, sistemu linearnih enačb in neenačb in za katerega ima kriterijska funkcija ekstrem v definirani množici rešitev. Vsak problem linearnega programiranja lahko predstavimo v standardni obliki. Z linearnimi funkcijami $n$ optimizacijskih spremenljivk zapišemo kriterijsko funkcijo in $m$ enačb oziroma neenačb, ki določajo omejitve ($m = u + v$).

Standardna oblika zapisa linearnega problema podaja zapis kriterijske funkcije:

$$c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + ... + c_nx_n \rightarrow \min$$

ali (1)

$$c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + ... + c_nx_n \rightarrow \max$$

pri omejitvah, ki določajo pogoj nenegativnosti spremenljivke:

$$\begin{aligned} &x_1 \geq 0 \\ &x_2 \geq 0 \\ &x_3 \geq 0 \\ &...... \\ &x_n \geq 0 \end{aligned} \tag{2}$$

in omejitvah, ki določajo funkcijo spremenljivke in mejno vrednost, ki jo funkcija ne sme oziroma mora preseči, ali točno določeno vrednost funkcije:

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\
&a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n \le b_3 \\
&\ldots\ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots \\
&\ldots\ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots \\
&\ldots\ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots\quad \ldots\ldots\quad \ldots \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_1 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n, \le b_m
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Linearni problem lahko zapišemo tudi v matrični obliki. Koeficienti kriterijske funkcije oziroma vektorja **f** določajo skupaj z iskanimi spremenljivkami vektorja **x** zahteve optimalne rešitve. Kriterijsko funkcijo lahko zapišemo v matrični obliki na naslednji način:

$$
\begin{aligned}
&f(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T \mathbf{x} \rightarrow \min \\
&ali \\
&f(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T \mathbf{x} \rightarrow \max
\end{aligned}
\tag{4}
$$

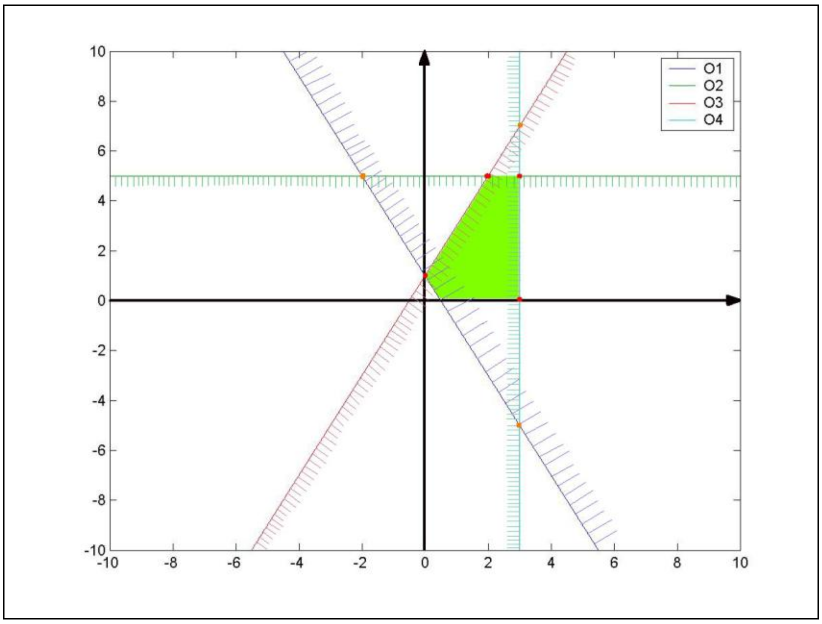
$$
\mathbf{f} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ . \\ . \\ . \\ c_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}
$$

Matrika **A** in vektor **b** določata z iskanimi spremenljivkami vektorja **x** omejitve, ki pogojujejo dopustne vrednosti rešitev. Koeficienti iskanih spremenljivk predstavljajo koeficiente matrike **A**, mejne vrednosti omejitev pa koeficiente vektorja **b.** Osnovna omejitev, ki pogojuje optimalno rešitev, je, da so vsi členi vektorja iskanih spremenljivk **x** nenegativni. Preostale omejitve narekujejo odvisnost vrednosti vektorja spremenljivk od koeficientov, podanih v matriki **A** in vektorju **b**:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{x} \ge 0 \\
&\mathbf{Ax} = \mathbf{b}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

$$
\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11}\ a_{12}\ a_{13}\dots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ a_{23}\dots a_{2n} \\ a_{31}\ a_{32}\ a_{33}\dots a_{3n} \\ . \\ . \\ . \\ a_{m1}\ a_{m2}\ a_{m3}\dots a_{mn} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ . \\ . \\ . \\ b_m \end{bmatrix}
$$

Grafično lahko problem predstavimo z dvema ali s tremi neodvisnimi spremenljivkami. V primeru dveh spremenljivk ga predstavimo grafično v dvorazsežnem prostoru, kot prikazuje slika 1, pri čemer je kriterijska funkcija premica, območje dopustnih rešitev pa ploskev. Problem s tremi spremenljivkami pa grafično predstavimo v trirazsežnem prostoru, pri čemer je kriterijska funkcija ploskev, območje dopustnih rešitev pa prostor. Množico dopustnih rešitev definira polje ali prostor, določen z oglišči presečišč funkcij omejitev. Omejitve določajo mnogokotnik v ravnini ali polieder v prostoru neodvisnih spremenljivk. Grafično lahko tako v pravokotnem koordinatnem sistemu rešujemo samo problem dveh neodvisnih spremenljivk.




Slika 1: Grafična ponazoritev linearnega problema z dvema spremenljivkama

Dopustne rešitve linearnega problema so tiste, ki zadovoljujejo vse omejitve. Optimalna rešitev v območju vseh dopustnih rešitev pa je tista rešitev, ki leži na meji območja in pri kateri kriterijska funkcija dosega maksimum ali minimum. To pomeni, da v območju dopustnih rešitev iščemo točke z najvišjo ali najnižjo vrednostjo kriterijske funkcije (Kaljanac, 2009). Rešitev linearnega problema je lahko ena sama, pri čemer jo določa eno oglišče polja dopustnega rešitev. Lahko jo določata dve oglišči, pri čemer predstavljajo rešitev vse točke na spojnici teh dveh oglišč. Možno pa je tudi, da linearni problem nima rešitve in je zato množica rešitev prazna (Matematični praktikum 2007/08, 2010).

Običajno se v praksi srečujemo s problemi, v katerih nastopa večje število spremenljivk in je zato grafična metoda reševanja neuporabna. V teh primerih je najpogosteje uporabljena matematična metoda simpleksov ali simpleksna metoda. »Ime simpleksna metoda je nastalo kot posledica pristopa reševanja problema, kjer se premikamo iz ene nesestavljene bazne rešitve (angl. simplex) k sosednji« (Kaljanac, 2009, str. 3). Pri tej metodi vnesemo kriterijsko funkcijo in omejitve v simpleksno tabelo in se iz ene točke do druge premikamo po korakih tako, da smo vedno bliže ekstremni vrednosti. Postopek ponavljamo tako dolgo, dokler ne dosežemo optimalne rešitve problema. Metoda simpleksov je postala osnovna metoda pri načrtovanju večjih in zahtevnejših sistemov in predstavlja osnovo več računalniških programov za reševanje problemov linearnega programiranja.

Uporaba računalniških programov je smiselna, v kolikor rešujemo linearni optimizacijski problem z večjim številom spremenljivk in enačb oziroma neenačb. Danes programska orodja omogočajo reševanje linearnih problemov, ki obsegajo preko 200.000 spremenljivk in omejitev (Jamnik in Stanič, 2009). Da bi lahko uporabili ta orodja, je potrebno tako kot pri grafičnem reševanju najprej določiti kriterijsko funkcijo in omejitvene enačbe (neenačbe). Sledi uporaba enega izmed računalniških orodij, ki zahtevajo vnos števila spremenljivk (neznank), števila omejitvenih neenačb, koeficientov kriterijske funkcije ter koeficientov in konstant omejitvenih enačb oziroma neenačb. Program izvede potrebne transformacije matrik omejitvenih neenačb in poišče optimalno rešitve za spremenljivke ter vrednost kriterijske funkcije (Jamnik in Stanič, 2009).

Problem oskrbe z zelenjavnimi živili v prehrambne namene, ki ga obravnavamo v tej študiji, spada med večkriterijske linearne optimizacijske probleme. Vse funkcije so linearne, rešitev pa mora hkrati dosegati dva cilja. Letno želimo najnižje stroške oskrbe z zelenjavo, hkrati pa med predpostavke zdravega prehranjevanja vključujemo dodaten cilj oziroma zahtevo po največji možni količini ene izmed pomembnih hranljivih snovi. Zaradi kompleksnosti metode reševanja večkriterijskih problemov smo se odločili za preoblikovanje obravnavanega optimizacijskega problema oskrbe z zelenjavnimi živili v dva ločena linearna podproblema, vsakega s svojo kriterijsko funkcijo. Tako v nadaljevanju dela postopoma rešimo problema ločeno z linearnim programiranjem, ki omogoča enostavno in hitro iskanje optimalne rešitve.

# 3 DEFINICIJA OPTIMIZACIJSKEGA PROBLEMA

V nalogi iščemo odgovor na vprašanje, koliko zelenjave naj pridelamo in koliko naj je kupimo, da bomo imeli pri oskrbi določenega števila oseb $N_o$ letno najnižje stroške $S_c$. Obenem naj bi celotna količina zelenjave $Q_c$ ustrezala zahtevam zdravega prehranjevanja, ki vključujejo poleg omejitev in vnaprej določenih elementov tudi dodatni kriterij. To je večkriterijski optimizacijski problem, ki ga poskušamo rešiti tako, da problem razčlenimo na dva podproblema in ju rešujemo z linearnim programiranjem.

V prvem podproblemu zastavljamo vprašanje, kolikšno količino in katere vrste zelenjave potrebujemo letno, da zadostimo zahtevam zdravega prehranjevanja, v drugem pa, kolikšen delež te letne količine naj pridelamo sami in kolikšen naj je kupimo, da zagotovimo letno najnižje stroške. Taka razčlenitev problema omogoča, da enega od dveh kriterijev problema upoštevamo pri reševanju prvega podproblema, dobljena rešitev pa je posredna omejitev pri reševanju drugega podproblema. S tako poenostavitvijo večkriterijskega problema dobimo eno samo optimalno rešitev. Ta rešitev je manj splošna, vseeno pa pričakujemo njeno uporabnost. V nadaljevanju podrobneje opisujemo elemente obeh podproblemov in njuno medsebojno povezavo.

## 3.1 Iskanje optimalne letne količine zelenjave

### 3.1.1 Elementi podproblema

Elementi podproblema iskanja optimalne letne količine zelenjave so obravnavane zelenjavne vrste in njihova letna količina, število in velikost porcij ter vsebnost hranljivih snovi.

Obravnavamo omejeno število $N_z$ vrst zelenjave $i$, ki so najpogosteje rastoče in gojene vrste v Sloveniji. To je množica vrst zelenjave $Z$.

Letno količino vsake vrste zelenjave $Q_{i\mathrm{c}}$ izračunamo posredno iz optimalnega letnega števila porcij $X_i$ posamezne vrste zelenjave $i$ in podatkov o velikosti porcij $p_i$.

Obravnavamo $N_H$ hranljivih snovi $j$. Omejitve, vezane na hranljive snovi, temeljijo na podatkih o mejnih količinah teh snovi, ki naj bi jih človek zaužil dnevno. To sta najmanjša priporočena količina $h_{j\min}$ in največja dovoljena količina $h_{j\max}$ izraženi v miligramih. Pri obravnavanem problemu opazujemo obdobje enega leta, zato vpeljemo omejitvi najmanjše letne količine hranljivih snovi $H_{j\min}$ in največje letne količine hranljivih snovi $H_{j\max}$, ki ju mora zagotavljati celotna količina zelenjave $Q_{ic}$ za število oseb $N_o$. Pri izračunih predpostavljamo obdobje 365 dni v letu. Predpostavljamo, da človek zaužije poleg zelenjavnih živil tudi ostala živila, ki so pomembna pri zdravem načinu prehranjevanja. Zato zahtevamo pokrivanje le deleža potreb po hranljivih snoveh, ki jih morajo zelenjavna živila vsebovati. Delež kritja minimalnih potreb označujemo z $r_{\min}$, delež zgornje omejitve pa z $r_{\max}$. Za vsako vrsto zelenjave zberemo podatke o vsebnosti obravnavanih hranljivih snovi na 100 mg zelenjave $v_{ij}$.

Po zbranih podatkih o porcijah zelenjave in jedeh ugotavljamo, da so zelenjavne jedi pripravljene iz povprečno dveh porcij enake ali različne vrste zelenjave. Predpostavljamo, da zaužije človek z obroki predjedi, glavne jedi in solate dnevno povprečno število porcij zelenjave $n$. Z upoštevanjem obdobja enega leta in števila oseb $N_o$ vpeljemo omejitev letnega števila porcij $X_c$, ki ga mora zagotavljati celotna količina zelenjave $Q_{ic}$ ne glede na vrsto. Zahteve zdravega prehranjevanja smo dopolnili tudi z vključitvijo omejitev glede števila porcij, ki jih lahko človek zaužije letno. To sta omejitvi najmanjšega letnega števila porcij $x_{i\min}$ in največjega letnega števila porcij $x_{i\max}$ vsake vrste zelenjave. S tem preprečimo, da bi človek letno užival premalo ali preveč določene vrste zelenjave. Z upoštevanjem števila oseb $N_o$ dobimo zato za vsako vrsto zelenjave $i$ dve letni omejitvi in sicer minimalno skupno število porcij $X_{i\min}$ in maksimalno skupno število porcij $X_{i\max}$.

Pri iskanju optimalnega števila porcij posameznih vrst zelenjave ocenjujemo možne rešitve po kriteriju največje ali najmanjše letne količine ene izmed hranljivih snovi $H_0$, odvisno od želenega rezultata.

### 3.1.2 Formalni zapis podproblema

Za potrebe linearnega programiranja zapišemo podproblem v obliki linearnih neenačb omejitev in linearne kriterijske funkcije. Omejitve se nanašajo na porcije zelenjave in hranljive snovi. Določeno je skupno letno število porcij vseh vrst zelenjave ter minimalno in maksimalno letno število porcij posamezne vrste zelenjave. Prav tako je določena minimalna in maksimalna vsebnost hranljivih snovi v skupni količini vseh vrst zelenjave.

Potrebno skupno število porcij zelenjave $X_c$ izračunamo na osnovi predpostavke o povprečnem dnevnem številu zaužitih porcij zelenjave na osebo $n_d$, števila oseb $N_o$ in obdobja 365 dni v letu, kar podaja enačba:

$$X_c = n_d \cdot 365 \cdot N_o \tag{6}$$

$X_c$ skupno letno število porcij

$n_d$ dnevno število vseh porcij

$N_o$ število oseb

V kolikor obravnavamo manjše število vrst zelenjave in ne moremo predpostavljati vsakodnevnega uživanja porcij, računamo največje skupno letno število porcij zelenjave $X_c$ na osnovi predpostavke o tedenskem številu zaužitih porcij zelenjave na osebo $n_t$, števila oseb $N_o$ in povprečno 52 tednov v letu:

$$X_c = n_t \cdot 52 \cdot N_o \tag{7}$$

$n_t$ tedensko število vseh porcij

V primeru še redkejšega uživanja zelenjave lahko računamo letno število obrokov na osnovi števila obrokov v obdobju enega meseca $n_m$ in upoštevanjem 12 mesecev letno:

$$X_c = n_m \cdot 12 \cdot N_o \tag{8}$$

$n_m$ mesečno število vseh porcij

Iščemo letno število porcij $X_i$ za posamezno vrsto zelenjave $i$, poznamo pa skupno letno število porcij $X_c$, ki ga morajo te vrste zelenjave skupno zagotoviti. Odvisno od tega, ali želimo najmanj, največ ali točno tolikšno število porcij, izberemo eno od omejitev, ki jih podajajo neenačbe:

$$X_c \leq \sum_{i=1}^{N_z} X_i \tag{9}$$

$$X_c = \sum_{i=1}^{N_z} X_i \tag{10}$$

$$X_c \geq \sum_{i=1}^{N_z} X_i \tag{11}$$

$i$ vrsta zelenjave

$X_i$ letno število porcij zelenjave $i$

$N_z$ število vrst zelenjave

Vnaprej je določeno mejno število porcij vsake zelenjave na osebo. Spodnja meja letnega števila porcij na osebo $x_{i.min}$ in zgornja meja letnega števila porcij na osebo $x_{i\max}$ sta določeni na osnovi zbranih podatkov o pripravi obrokov in dolžine časovnega obdobja obiranja in hrambe posamezne vrste zelenjave. Z upoštevanjem števila oseb $N_o$ dobimo vrednosti omejitev najmanjšega skupnega letnega števila porcij $X_{i\min}$ in največjega skupnega letnega števila porcij $X_{i\max}$ za vsako vrsto zelenjave $i$ po enačbah:

$$X_{i\min} = x_{i\min} \cdot N_o \tag{12}$$

$$X_{i\max} = x_{i\max} \cdot N_o \tag{13}$$

$X_{i\min}$ minimalno letno število porcij zelenjave $i$

$X_{i\max}$ maksimalno letno število porcij zelenjave $i$

$x_{i\min}$ minimalno letno število porcij zelenjave $i$ na osebo

$x_{i\max}$ maksimalno letno število porcij zelenjave $i$ na osebo

Iskano število porcij $X_i$ mora biti za vsako vrsto zelenjave $i$ znotraj izračunanih meja, kar zahtevata omejitvi:

$$X_i \geq X_{i\min} \tag{14}$$

$$X_i \leq X_{i\max} \tag{15}$$

Celotna količina zelenjave $Q_c$ mora v obdobju enega leta zagotavljati vsebnost hranljivih snovi $j$ znotraj predpisanih meja. Letni mejni količini hranljivih snovi $H_{j\min}$ in $H_{j\max}$ sta odvisni od priporočenih minimalnih dnevnih vnosov $h_{j\min}$ in maksimalnih dnevnih vnosov $h_{j\max}$ na osebo, števila oseb $N_o$, deleža kritja $r_{\min}$ in $r_{\max}$ ter števila dni v letu, vključenih v analizo. Izračunamo ju po enačbah:

$$H_{j\min} = 365 \cdot h_{j\min} \cdot N_o \cdot r_{\min} \tag{16}$$

$$H_{j\max} = 365 \cdot h_{j\max} \cdot N_o \cdot r_{\max} \tag{17}$$

$h_{j\min}$ minimalni dnevni vnos hranljive snovi $j$ na osebo [mg]
$h_{j\max}$ maksimalni dnevni vnos hranljive snovi $j$ na osebo [mg]
$N_o$ število oseb
$r_{\min}$ delež kritja minimalne potrebe
$r_{\max}$ delež kritja maksimalne potrebe

Ti dve mejni vrednosti predstavljata omejitvi pri iskanju optimalnega letnega števila porcij vsake vrste zelenjave $X_i$. Vsaka vrsta zelenjave prispeva svoj delež k pokrivanju letnih potreb po hranljivih snoveh. Delež kritja je odvisen od števila porcij $X_i$, velikosti porcije $p_i$ in vsebnosti hranljivih snovi v porciji $w_{ij}$. Slednjo pa je mogoče izračunati iz poznanih podatkov o vsebnosti hranljivih snovi v 100 g zelenjave $v_{ij}$. Omejitve skupnih količin hranljivih snovi zato zapišemo:

$$H_{j\min} \leq \sum_{i=1}^{N_z} \left( \frac{v_{ij}}{100} \cdot p_i \cdot X_i \right) = \sum_{i=1}^{N_z} (w_{ij} \cdot p_i \cdot X_i) \tag{18}$$

$$H_{j\max} \geq \sum_{i=1}^{N_z} \left( \frac{v_{ij}}{100} \cdot p_i \cdot X_i \right) = \sum_{i=1}^{N_z} (w_{ij} \cdot p_i \cdot X_i) \tag{19}$$

$H_{j\min}$ minimalna skupna letna količina hranljive snovi $j$ [mg]

$H_{j\max}$ maksimalna skupna letna količina hranljive snovi $j$ [mg]

$p_i$ povprečna porcija vrste zelenjave $i$ [g]

$v_{ij}$ vsebnost hranljive snovi $j$ v 100 gramih vrste zelenjave $i$ [mg/100 g]

$w_{ij}$ vsebnost hranljive snovi $j$ v porciji vrste zelenjave $i$ [mg/porcija]

$N_z$ število vrst zelenjave

Predpostavljamo ocenjevanje možnih rešitev na osnovi skupne letne količine kriterijske hranljive snovi $j_o$. Skupno letno količino izračunamo po enačbi:

$$H_0 = \sum_{i=1}^{N_z} \left( \frac{v_{ij_0}}{100} \cdot p_i \cdot X_i \right) = \sum_{i=1}^{N_z} (w_{ij_0} \cdot p_i \cdot X_i) \tag{20}$$

$j_o$ hranljiva snov, ki je predmet ocenjevanja rešitev

$H_0$ letna količina hranljive snovi $j_o$ [mg]

Optimalna rešitev je lahko največja ali najmanjša količina te hranljive snovi, odvisno od obravnavanih zdravstvenih ali prehrambnih zahtev.

$$H_0 \to \max \quad \vee \quad H_0 \to \min$$

Rešitev opisanega podproblema so števila porcij $X_i$, ki zagotavljajo v obdobju enega leta tolikšno količino posamezne vrste zelenjave $Q_{ic}$, ki zagotovi za $N_o$ oseb prehranjevanje v skladu s predpisanimi omejitvami in zahtevami. Količino zelenjave $Q_{ic}$ izračunamo posredno iz dobljenega optimalnega letnega števila porcij $X_i$ posamezne vrste zelenjave $i$ in podatkov o velikosti porcije $p_i$:

$$Q_{ic} = X_i \cdot p_i \tag{21}$$

$Q_{ic}$ celotna letna količina zelenjave $i$ [g]

## 3.2 Iskanje optimalnega razmerja med količino pridelane in količino nabavljene zelenjave

### 3.2.1 Elementi podproblema

Glavni elementi podproblema so vrsta in količina zelenjave, deleža pridelane in nabavljene zelenjave glede na celotno letno količino, pridelovalna površina ter stroški pridelave in nakupa zelenjave.

Za pridelavo obravnavamo omejeno število $N_p$ vrst zelenjave $i$, ki je lahko enako ali manjše od števila vrst zelenjave $N_z$, ki smo jih obravnavali v prvem podproblemu. Pri izbiri rastlin za pridelavo je potrebno upoštevati klimatske pogoje mikro okolja, v katerem se nahaja pridelovalna površina. Predpostavljamo pridelavo vseh izbranih vrst zelenjave, vendar v različnim količinah.

Letno količino vsake vrste zelenjave $Q_{ic}$, ki jo potrebujemo za oskrbo obravnavanega število oseb $N_o$, poznamo iz rešitve prvega podproblema. To količino moramo zagotoviti s pridelavo ali z nabavo zelenjave. Celotna količina pridelane in nabavljene zelenjave ne sme presegati potreb po njej.

Iskana rešitev tega podproblema je razmerje med pridelano količino zelenjave $Q_{ip}$ in kupljeno količino zelenjave $Q_{in}$. Zato v podproblemu ne obravnavamo količin, temveč obravnavamo delež pridelane količine zelenjave $d_{ip}$ in delež nabavljene količine zelenjave $d_{in}$ glede na celotno zahtevano letno količino $Q_{ic}$.

Predpostavljamo omejeno razpoložljivo površino za pridelavo $A_c$, ki jo imamo na voljo za pridelavo izbranih vrst zelenjave $i$. Glede na smiselnost pridelave določimo za vsako vrsto zelenjave minimalno pridelovalno površino $A_{i\min}$, ki jo želimo zagotoviti vsaki vrsti zelenjave. Glede na sredstva in pripomočke, ki jih imamo na razpolago za pridelavo, kot so motokultivatorji in opornice, pa določimo največjo pridelovalno površino $A_{i\max}$, ki jo želimo nameniti posamezni vrsti zelenjave. Skupna površina vseh vrst zelenjave pa ne sme presegati celotne razpoložljive površine. Ker se količina pridelka, ki ga pridelamo na določeni površini, zelo razlikuje glede na vrsto zelenjave $i$, vključimo v formulacijo podatke o povprečnem pridelku vsake vrste zelenjave $q_i$ in ga, za potrebe formulacije, pretvorimo na enoto površine [$m^2$].

Iščemo tako razmerje med pridelano količino zelenjave $Q_{ip}$ in nabavljeno količino zelenjave $Q_{in}$, ki bo ob upoštevanju omejitev zagotavljalo najnižje letne stroške $S_c$. Celotna oskrba pa mora zagotavljati optimalne količine posamezne vrste zelenjave $Q_{ic}$, ki smo jih po enačbi (21) izračunali pri reševanju prvega podproblema. Pri iskanju najnižjih stroškov upoštevamo zbrane podatke o cenah pridelave zelenjave $c_{ip}$ in cenah nabave zelenjave $c_{in}$, izražene v denarnih enotah na enoto mase [DE/kg]. Izračun stroškov pridelave $c_{ip}$ temelji na podatkih o cenah sadik oziroma semen in pričakovanem povprečnem pridelku vsake vrste zelenjave $q_i$. Optimalno razmerje deležev pridelane in nabavljene zelenjave mora zagotavljati najnižje stroške oskrbe.

### 3.2.2 Formalni zapis podproblema

Podproblem zapišemo v obliki linearnih omejitev in kriterijske funkcije. Omejitve se nanašajo na vnaprej določeno letno količino posamezne vrste zelenjave, celotno razpoložljivo površino ter minimalno in maksimalno površino, namenjeno posamezni vrsti zelenjave. Kriterijska funkcija je funkcija skupnih letnih stroškov v odvisnosti od iskanih spremenljivk podproblema. V nadaljevanju jo imenujemo stroškovna funkcija.

Za vsako vrsto zelenjave *i* velja, da morata njena letna pridelana količina $Q_{ip}$ in letna nabavljena količina $Q_{in}$ skupaj zagotavljati letno potrebo $Q_{ic}$ po tej vrsti zelenjave:

$$Q_{ip} + Q_{in} = Q_{ic} \tag{22}$$

$Q_{ip}$ letna pridelana količina zelenjave *i* [kg]

$Q_{in}$ letna nabavljena količina zelenjave *i* [kg]

$Q_{ic}$ celotna letna količina zelenjave *i* [kg]

Ker predstavlja iskana rešitev razmerje pridelane in nabavljene količine zelenjave, preoblikujemo zapis oskrbe v odvisnosti od deleža pridelane količine $d_{ip}$ in deleža nabavljene količine $d_{in}$:

$$d_{ip} + d_{in} = 1 \tag{23}$$

$d_{ip}$ delež letne pridelane količine zelenjave $Q_{ip}$

$d_{in}$ delež letne nabavljene količine zelenjave $Q_{in}$

Za potrebe formulacije podproblema zapišemo omejitev količine kot tudi vse ostale omejitve ter stroškovno funkcijo v odvisnosti od enega samega deleža, ki je lahko delež pridelane količine $d_{ip}$ ali delež nabavljene količine $d_{in}$.

Za nadaljnjo obravnavo izberemo povezavo med deležema v obliki, ki bo dala kot rešitev delež pridelane količine zelenjave. Delež nabavljene zelenjave $d_{in}$ zato zapišemo v odvisnosti od deleža pridelane zelenjave $d_{ip}$:

$$d_{in} = 1 - d_{ip} \tag{24}$$

Z namenom, da zagotovimo pridelavo vsake vrste zelenjave, vpeljemo zahtevo, da mora biti delež pridelane količine $d_{ip}$ pri vsaki vrsti zelenjave $i$ večji od nič:

$$d_{ip} \geq 0 \tag{25}$$

Da pa s pridelavo ne presežemo skupne letne količine $Q_{ic}$, ki jo potrebujemo, delež pridelane količine $d_{ip}$ omejimo tako, da ne presega celote, kar pomeni vso zahtevano letno količino:

$$d_{ip} \leq 1 \tag{26}$$

Predpostavljeno omejeno razpoložljivo površino za pridelavo $A_c$ zapišemo kot funkcijo vseh pridelovalnih površin posameznih vrst zelenjave $i$:

$$\sum_{i=1}^{N_p} A_i < A_c \tag{27}$$

$A_i$ pridelovalna površina zelenjave $i$ [m$^2$]

$A_c$ skupna razpoložljiva pridelovalna površina [m$^2$]

V zapisu omejitev v odvisnosti od deleža pridelane količine $d_{ip}$ upoštevamo povezavo elementov deleža, skupne letne količine in pridelka:

$$A_i = \frac{Q_{ip}}{q_i} = \frac{d_{ip} Q_{ic}}{q_i} = d_{ip}\left(\frac{Q_{ic}}{q_i}\right) \qquad i = 1 \ldots N_z \tag{28}$$

$q_i$ povprečni pridelek zelenjave $i$ na enoto pridelovalne površine [kg/m$^2$]

Ob upoštevanju zveze (28) podaja naslednja neenačba omejitev razpoložljive površine v ustreznejši obliki, ker vključuje odvisnost od deleža $d_{\mathrm{ip}}$:

$$\sum_{i=1}^{N_p} d_{ip}\left(\frac{Q_{ic}}{q_i}\right) < A_c \tag{29}$$

Iz predpostavke o vnaprejšnji določitvi minimalne in maksimalne površine za pridelavo posamezne vrste zelenjave $i$ izhajata dve omejitvi za vsako vrsto zelenjave, ki sta podani z neenačbama:

$$A_i \geq A_{i\,\min} \qquad i = 1 \ldots N_z \tag{30}$$

$$A_i \leq A_{i\,\max} \qquad i = 1 \ldots N_z \tag{31}$$

$A_{i\mathrm{min}}$ minimalna pridelovalna površina zelenjave $i$ [m$^2$]

$A_{i\mathrm{max}}$ maksimalna pridelovalna površina zelenjave $i$ [m$^2$]

Z upoštevanjem neenačbe (27) preoblikujemo omejitvi v naslednjo obliko:

$$d_{ip} \geq \frac{A_{i\,\min} q_i}{Q_{ic}} \tag{32}$$

$$d_{ip} \leq \frac{A_{i\,\max} q_i}{Q_{ic}} \tag{33}$$

Če upoštevamo vse omejitve, iščemo tako razmerje pridelane količine zelenjave $Q_{i\mathrm{p}}$ in nabavljene količine zelenjave $Q_{\mathrm{in}}$, ki bo zagotavljalo najnižje letne stroške $S_c$. Stroškovno funkcijo, izraženo v denarnih enotah [DE], podaja zapis:

$$\begin{aligned} S_c &= S_{cp} + S_{cn} = \sum_{i=1}^{N_z}\left(Q_{ip}c_{ip} + Q_{in}c_{in}\right) = \sum_{i=1}^{N_z}\left(d_{ip}Q_{ic}c_{ip} + d_{in}Q_{ic}c_{in}\right) = \\ &\sum_{i=1}^{N_z}\left(d_{ip}Q_{ic}c_{ip} + (1-d_{ip})Q_{ic}c_{in}\right) = \sum_{i=1}^{N_z}\left(d_{ip}Q_{ic}c_{ip} + (Q_{ic}c_{in} - d_{ip}Q_{ic}c_{in})\right) = \\ &\sum_{i=1}^{N_z}\left(d_{ip}Q_{ic}c_{ip} + Q_{ic}c_{in} - d_{ip}Q_{ic}c_{in}\right) = \sum_{i=1}^{N_z}\left(Q_{ic}c_{in} - d_{ip}Q_{ic}(c_{in} - c_{ip})\right) \rightarrow \min \end{aligned} \tag{34}$$

$S_c$ celotni letni stroški oskrbe z zelenjavo [DE]

$S_{cp}$ celotni letni stroški pridelave zelenjave [DE]

$S_{cn}$ celotni letni stroški nabave zelenjave [DE]

$c_{ip}$ stroški pridelave na enoto mase pridelane zelenjave $i$ [DE/kg]

$c_{in}$ stroški nabave na enoto mase pridelane zelenjave $i$ [DE/kg]

Zaradi zahteve, ki izhaja iz metode linearnega programiranja, da upoštevamo samo člene v odvisnosti od iskane spremenljivke, ki je v našem primeru delež pridelane količine $d_{ip}$, stroškovno funkcijo preoblikujemo in računamo po eni izmed naslednjih oblik:

$$\begin{aligned} S_c &= \sum_{i=1}^{N_z} -Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})\, d_{ip} \to \min \\ S_c &= \sum_{i=1}^{N_z} Q_{ic}(c_{ip}-c_{in})\, d_{ip} \to \min \\ S_c &= \sum_{i=1}^{N_z} Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})\, d_{ip} \to \max \end{aligned} \tag{35}$$

Rešitev tega podproblema so deleži pridelane količine $d_{ip}$ vrst zelenjave $i$ in vrednost prihranka pri pridelovanju v danih deležih. Dobljeni optimalni deleži pridelave zagotavljajo največji letni prihranek in s tem najnižje letne stroške oskrbe z zelenjavo. Iz dobljenih deležev $d_{ip}$ in zahtevane letne količine $Q_{ic}$ izračunamo količino zelenjave, ki jo moramo pridelati sami $Q_{ip}$, in preostalo količino $Q_{in}$, ki jo je potrebno nabaviti.

# 4 REŠEVANJE TESTNEGA PROBLEMA

Reševanje obeh podproblemov v tem poglavju prikazujemo na enostavnem testnem problemu z dvema spremenljivkama, kar pomeni dve vrsti zelenjave. Reševanje problema oskrbe z živili je sicer namenjeno širši uporabi, za iskanje optimalne kombinacije večjega števila vrst zelenjave, prikaz reševanja na enostavnem problemu z dvema spremenljivkama pa dopušča tudi grafično reševanje in naposled primerjavo z računsko dobljenimi rezultati. Ne glede na število spremenljivk se formalni zapis podproblema ne spremeni, zato ostaja postopek iskanja optimalne rešitve pri problemu z več spremenljivkami enak. Na enak način lahko tako z linearnim programiranjem rešujemo probleme z večjim številom spremenljivk, ki je omejeno le z zmožnostmi računalniškega programa, s katerim problem rešujemo.

Testni problem smo reševali po korakih, in sicer najprej prvi podproblem iskanja optimalne letne količine zelenjave, na osnovi dobljenega rezultata pa še drugi podproblem iskanja optimalnega razmerja pridelave in nabave. Za reševanje smo izbrali grafično metodo in simpleksno metodo. Pri obeh metodah smo si pomagali z računalniškim programom Matlab, ki podpira tako risanje funkcij kot tudi linearno programiranje s simpleksno metodo. Matlab je vsestransko uporaben program, ki omogoča poleg grafičnega prikaza funkcij in optimizacije tudi reševanje matematičnih problemov, načrtovanje regulacij in krmiljenja, simulacijo in druge postopke (Zupan, 2005).

Pri grafični metodi smo Matlab uporabili za izris grafa, medtem ko smo rezultat izračunali analitično. Tudi linearno programiranje s simpleksno metodo smo izvedli v programu Matlab. Zaradi lažjega pisanja in urejanja programskih ukazov smo te predhodno napisali v Matlabovi delovni datoteki s končnico *.m* in jih nato uporabili v Matlabovem ukaznem oknu. Tako smo v delovnih datotekah ločeno definirali funkcije za izris grafov in elemente linearnega programiranja s simpleksno metodo, čeravno Matlab omogoča v ukaznem oknu tudi neposredni vnos ukazov.

Pri reševanju z grafično metodo smo analitično izračunali koeficiente spremenljivk, zapisali vse funkcije ter nato grafe izrisali s programom Matlab. Algoritem zahteva zapis vseh linearnih funkcij, ki jih želimo izrisati, in ukaza *plot* za izris funkcij. Tako smo v algoritmu risanja grafov definirali funkcije omejitev in kriterijsko funkcijo ter izvedli omenjeni ukaz. V območju dopustnih rešitev predstavlja optimalno rešitev tista točka, v kateri ima kriterijska funkcija iskano minimalno ali maksimalno vrednost. To je ena izmed robnih točk območja dopustnih rešitev. Na osnovi analize grafa smo analitično izračunali končno rešitev, kot je s primerom pokazano v nadaljevanju poglavja.

Za reševanje s simpleksno metodo zahteva Matlab matrično obliko zapisa vseh funkcij v obliki:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a_{11}\ a_{12}\ a_{13}\dots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ a_{23}\dots a_{2n} \\ a_{31}\ a_{32}\ a_{33}\dots a_{3n} \\ . \\ . \\ . \\ a_{m1}\ a_{m2}\ a_{m3}\dots a_{mn} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b}=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ . \\ . \\ . \\ b_m \end{bmatrix} \qquad \mathbf{f}=[c_1\ c_2\ c_3\dots c_n]$$

Obenem zahteva zapis linearnih neenačb v naslednji obliki:

$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+a_{m3}x_3+...+a_{mn}x_n\le b_m \tag{36}$$

Zato moramo neenačbe omejitev po potrebi preoblikovati. To dosežemo s spremembo predznakov koeficientov. Navajamo primer preoblikovanja funkcije:

$$\begin{gathered} 4x_1+3x_2-2x_3+\dots+3x_n\ge 100 \\ -4x_1-3x_2+2x_3-\dots-3x_n\le -100 \end{gathered} \tag{37}$$

Isto velja za kriterijsko funkcijo. Metoda linearnega programiranja v programu Matlab poišče vrednosti spremenljivk za minimalno vrednost kriterijske funkcije. V kolikor iščemo maksimalno vrednost, je potrebno ustrezno preoblikovati zapis funkcije. Pri tem se spremenijo predznaki koeficientov. Program v tem primeru kot rezultat vrne negativno vrednost preoblikovane kriterijske funkcije, njen maksimum pa predstavlja absolutna vrednost te rešitve. Navajamo primer preoblikovanja kriterijske funkcije zaradi iskanja njene maksimalne vrednosti:

$$3x_1 - 15x_2 + 8x_3 + \ldots + 6x_n \rightarrow \max$$
$$-3x_1 + 15x_2 - 8x_3 - \ldots - 6x_n \rightarrow \min \tag{38}$$

Optimizacijski algoritem v programu Matlab zahteva, da določimo elemente problema: vektor koeficientov kriterijske funkcije **f**, matriko koeficientov spremenljivk **A** in vektor mejnih vrednosti omejitev **b**. Optimizacijo nato poženemo z ukazom *linprog (f,A,b)* (MATLAB Optimization Toolbox 5, 2010). Program na vrne rezultat v obliki vektorja optimalnih spremenljivk:

$$\mathbf{x} = [x_1 \; x_2 \; x_3 \ldots x_n]$$

## 4.1 Iskanje optimalnega števila porcij zelenjave

Za potrebe reševanja testnega problema smo uporabili podatke o dveh vrstah zelenjave, ki smo ju poimenovali $i_1$ in $i_2$. Za podproblem iskanja optimalnega števila porcij smo zapisali omejitve in kriterij.

Za izračun letnega števila porcij smo predpostavili osem porcij tedensko in obdobje 52 tednov. Pri tem smo upoštevali potrebe oskrbe za eno osebo ($N_o$ = 1). Skupno letno število porcij $X_c$ smo določili po enačbi (7) in znaša 416. Od tod sledi omejitev letnega števila porcij po enačbi (11):

$$\sum_{i=1}^{2} X_i \leq 416 \tag{39}$$

Predpostavili smo uživanje posamezne vrste zelenjave najmanj enkrat tedensko in največ šestkrat tedensko. Tako smo iz enačb (12) in (13) dobili podatke o najmanjšem in največjem letnem številu porcij za obe vrsti zelenjave. Podani so v tabeli 1.

Tabela 1: Omejitve števila porcij zelenjave v testnem problemu

| VRSTA ZELENJAVE | Tedenske omejitve za eno osebo | | Časovno obdobje za posamezno omejitev | Letne omejitve števila porcij za eno osebo | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Minimalno število porcij tedensko | Maksimalno število porcij tedensko | Skupni čas obiranja in skladiščenja | Minimalno število porcij letno na osebo $X_{i\,min}$ | Maksimalno število porcij letno na osebo $X_{i\,max}$ |
| $i_1$ | 1 | 6 | 52 | 52 | 312 |
| $i_2$ | 1 | 6 | 52 | 52 | 312 |

Na osnovi teh podatkov smo po neenačbi (14) zapisali omejitvi najmanjšega letnega števila porcij za obe vrsti zelenjave:

$$\begin{aligned} X_1 &\geq 52 \\ X_2 &\geq 52 \end{aligned} \tag{40}$$

Omejitvi največjega števila porcij smo določili po neenačbi (15), njun zapis pa je:

$$\begin{aligned} X_1 &\leq 312 \\ X_2 &\leq 312 \end{aligned} \tag{41}$$

Skupno smo dobili pet omejitev, ki se nanašajo na število porcij. Ena se nanaša na skupno letno število porcij obeh vrst zelenjave, štiri pa se nanašajo na minimalno in maksimalno letno število porcij posamezne vrste zelenjave.

Poleg teh omejitev smo upoštevali tudi zdravstvene omejitve, ki se nanašajo na tri vrste hranljivih snovi in smo jih imenovali $j_1$, $j_2$ in $j_3$. Ena hranljiva snov, ki smo jo imenovali kriterijska hranljiva snov $j_0$, pa določa kriterij ocenjevanja. Podatke o vsebnosti hranljivih snovi za vse vrste zelenjave, obravnavane v magistrskem delu, smo zbrali iz literature (Pantič Starič, 2006; Unger, 2007; Zittlau in Norbert, 2001).

Delež hranljivih snovi, ki ga letno prispeva posamezna vrsta zelenjave, je odvisen od vsebnosti hranljive snovi in letnega števila porcij, ki ga iščemo. Vsaka vrsta zelenjave prispeva v skupnem številu porcij določen delež kritja letnih potreb po hranljivih snoveh. Za potrebe testnega problema podaja tabela 2 vsebnosti hranljivih snovi v 100 g zelenjave $v_{ij}$, tabela 3 pa vsebnosti v eni porciji zelenjave $w_{ij}$.

Tabela 2: Vsebnost hranljivih snovi na 100 g zelenjavnega živila

| $v_{ij}$ - Vsebnost hranljive snovi $j$ v zelenjavi $i$ [mg/100 g živila] | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Vrsta zelenjave $i$ | Vrsta hranljive snovi $j$ | | | |
| | $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_0$ |
| $i_1$ | 0,206 | 0,070 | 0,233 | 1300,0 |
| $i_2$ | 0,007 | 0,040 | 0,080 | 1240,0 |

Tabela 3: Vsebnost hranljivih snovi na porcijo zelenjavnega živila

| $w_{ij}$ - Vsebnost hranljive snovi $j$ v zelenjavi $i$ [mg/porcijo živila] | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Vrsta zelenjave $i$ | Velikost porcije $p_i$ [g] | Vrsta hranljive snovi $j$ | | | |
| | | $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_0$ |
| $i_1$ | 133 | 0,274 | 0,093 | 0,310 | 1155,0 |
| $i_2$ | 152 | 0,011 | 0,061 | 0,022 | 1884,0 |

Zbrali smo tudi podatke o dnevnih potrebah po hranljivih snoveh in jih primerjali s podatki o minimalni potrebni in maksimalni dovoljeni količini hranljivih snovi, ki naj bi jih človek zaužil dnevno in jih navaja Pravilnik o prehranskih dopolnilih (2003).

Ker obravnavamo minimalno število različnih vrst zelenjave, smo upoštevali nizek delež kritja potreb in sicer samo 10% za pokrivanje spodnje meje dnevnih vnosov hranljivih snovi ter le 20% dovoljeno pokrivanje zgornje meje dnevnih vnosov. Na osnovi zbranih podatkov o priporočenih dnevnih količinah uživanja vsake hranljive snovi $h_{j\min}$ in $h_{j\max}$ ter predpostavljenima deležema kritja potreb $r_{\min}$ in $r_{\max}$, smo izračunali letni mejni količini hranljivih snovi $H_{j\min}$ in $H_{j\max}$ za eno osebo.

Po enačbi (16) smo izračunali za vse tri hranljive snovi najmanjšo letno količino. Zbrane podatke in izračunane vrednosti o spodnjih mejah in minimalnih količinah podaja tabela 4.

Tabela 4: Omejitve minimalnih količin hranljivih snovi v testnem problemu

| **Omejitve minimalnih količin hranljivih snovi** | Hranljive snovi $j$ | | |
|---|---|---|---|
| | $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ |
| Minimalna dnevna količina na osebo $h_{j\min}$ [mg] | 0,510 | 0,770 | 0,825 |
| Minimalna letna količina za $N_0$ oseb z upoštevanim deležem kritja $r_{\min}$ $H_{j\min}$ [mg] | 18,615 | 28,105 | 30,113 |

Na osnovi podatkov o vsebnosti hranljivih snovi iz tabele 3 in podatkov o spodnjih mejnih vrednosti iz tabele 4, smo po neenačbi (18) zapisali omejitve najmanjših letnih količin:

$$0{,}275X_1 + 0{,}011X_2 \geq 18{,}615$$

$$0{,}093X_1 + 0{,}061X_2 \geq 28{,}105 \tag{42}$$

$$0{,}311X_1 + 0{,}022X_2 \geq 30{,}113$$

Po enačbi (17) smo izračunali največjo dovoljeno letno količino za vsako vrsto zelenjave, pri čemer smo upoštevali samo omejitve dveh hranljivih snovi. Podatke zgornjih mej in vrednosti maksimalnih količin podaja tabela 5.

Tabela 5: Omejitve maksimalnih količin hranljivih snovi v testnem problemu

| **Omejitve maksimalnih količin hranljivih snovi** | Hranljive snovi $j$ | | |
|---|---|---|---|
| | $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ |
| Maksimalna dnevna količina na osebo $h_{j\max}$ [mg] | 30 | – | 300 |
| Maksimalna letna količina za $N_0$ oseb z upoštevanim deležem kritja $r_{\max}$ $H_{j\max}$ [mg] | 2.190 | – | 21.900 |

Na osnovi podatkov o vsebnosti hranljivih snovi iz tabele 3 in podatkov o zgornjih mejnih vrednosti iz tabele 5 smo po neenačbi (19) zapisali omejitvi največje skupne letne količine hranljivih snovi:

$$0{,}275X_1 + 0{,}011X_2 \leq 2190$$
$$0{,}311X_1 + 0{,}022X_2 \leq 21900 \quad (43)$$

Tako smo dobili pet omejitev, ki predstavljajo zdravstvene zahteve. Od tega se tri nanašajo na minimalne potrebe, dve pa na maksimalne še dovoljene količine. Če upoštevamo tudi pet predhodno obravnavanih omejitev števila porcij, je vseh skupaj deset.

Kriterijska funkcija (20) se nanaša na vsebnost hranljive snovi $j_o$. Za potrebe formulacije testnega problema smo izbrali za ciljno vrednost maksimum te funkcije:

$$1155X_1 + 1884X_2 \rightarrow \max \quad (44)$$

### 4.1.1 Grafično iskanje optimalnega števila porcij zelenjave

Grafično ta podproblem rešujemo tako, da v koordinati sistem vrišemo premice vseh funkcij omejitev in kriterijske funkcije.

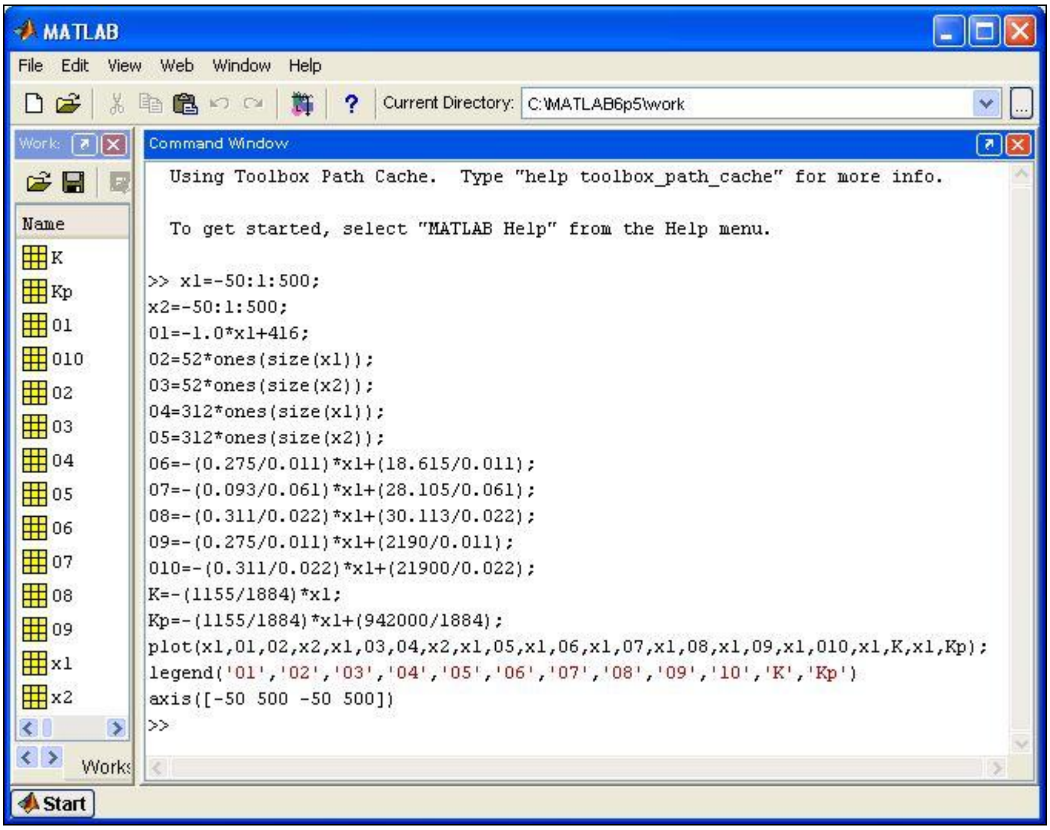
V nadaljevanju so podane linearne funkcije omejitev *O*:

$$\begin{aligned}
&X_1 + X_2 \leq 416\\
&X_1 \geq 52\\
&X_2 \geq 52\\
&X_1 \leq 312\\
&X_2 \leq 312\\
&0{,}275X_1 + 0{,}011X_2 \geq 18{,}615\\
&0{,}093X_1 + 0{,}061X_2 \geq 28{,}105\\
&0{,}311X_1 + 0{,}022X_2 \geq 30{,}113\\
&0{,}275X_1 + 0{,}011X_2 \leq 2190\\
&0{,}311X_1 + 0{,}022X_2 \leq 21900
\end{aligned} \quad (45)$$

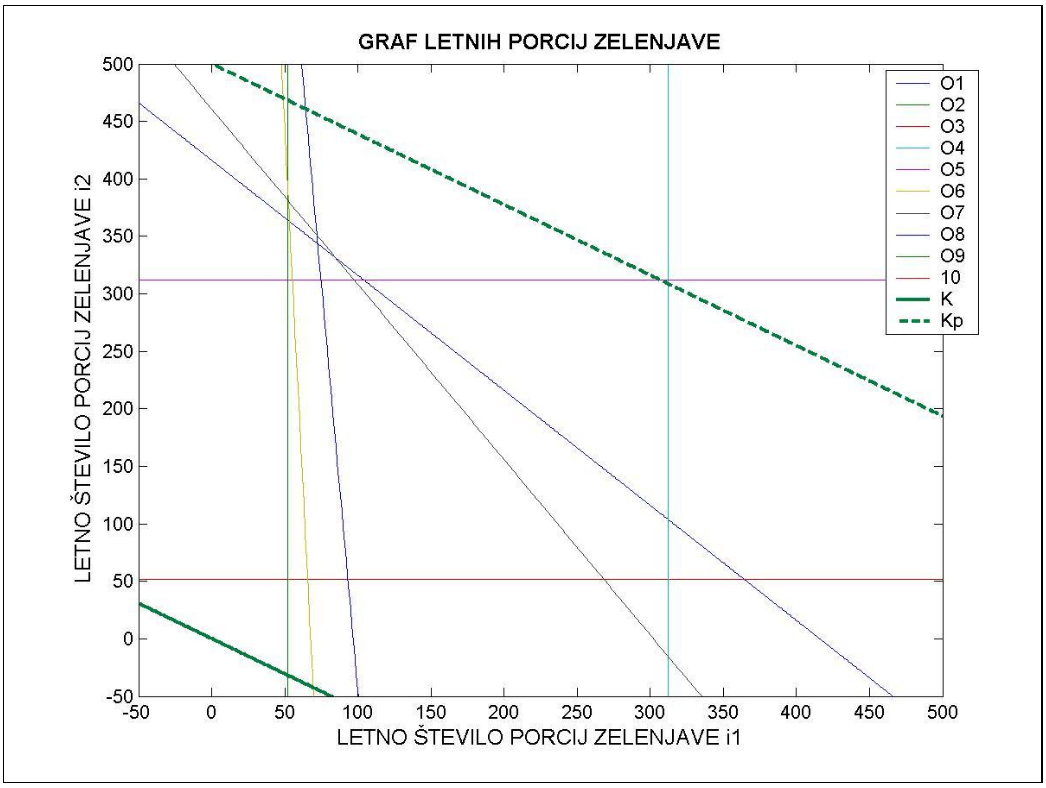
Linearna kriterijska funkcija *K* je:

$$1155X_1 + 1884X_2 \rightarrow \max \quad (46)$$

Slika 2 prikazuje zapis navedenih funkcij v ukaznem oknu programa Matlab, slika 3 pa grafični prikaz teh funkcij, ki smo ga dobili na osnovi zapisa.




Slika 2: Zapis funkcij za grafični prikaz podproblema števila porcij

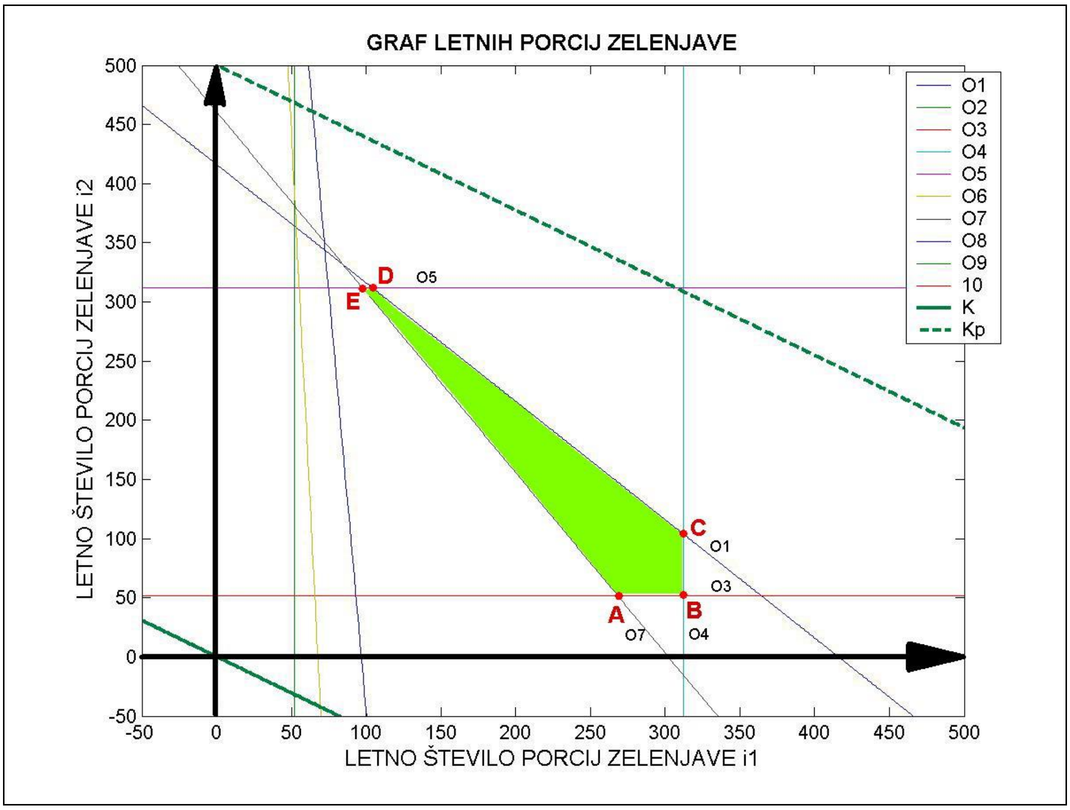



Slika 3: Graf funkcij testnega podproblema števila porcij

Sliko smo omejili na območje grafa, v katerem se nahaja območje rešitev, zato nekatere funkcije niso vidne. Iz slike 4 je razvidno, da območje možnih rešitev oklepajo omejitve $O_1$, $O_3$, $O_4$, $O_5$ in $O_7$ ter definirajo točke A, B, C, D in E.

Ker iščemo maksimum skupne količine kriterijske hranljive snovi $j_0$, predstavlja optimalno rešitev točka v tem območju, kjer ima kriterijska funkcija najvišjo vrednost. Optimalno rešitev lahko odčitamo iz grafa ali pa izračunamo koordinate presečiščnih točk in preverimo vrednost te funkcije v teh točkah. Z izračunom presečišč ključnih omejitev smo dobili koordinate točk, ki omejujejo območje dopustnih rešitev:

$A = (268, 52)$
$B = (312, 52)$
$C = (312, 104)$
$D = (104, 312)$
$E = (98, 312)$




Slika 4: Območje dopustnih rešitev testnega podproblema števila porcij

Z vstavljanjem vrednosti koordinat teh točk v kriterijsko funkcijo smo po enačbi (20) dobili vrednosti, ki predstavljajo letno količino kriterijske hranljive snovi $j_o$, izraženo v mg:

$$H_0(\text{A}) = 407.508$$
$$H_0(\text{B}) = 458.328$$
$$H_0(\text{C}) = 556.296$$
$$H_0(\text{D}) = 707.928$$
$$H_0(\text{E}) = 700.998$$

Tako iz grafa kot iz izračunov smo ugotovili, da je točka maksimuma D, ki predstavlja presečišče funkcije omejitve $O_1$ in funkcije omejitve $O_5$. Točka podaja kombinacijo, ki predstavlja 104 porcije prve vrste zelenjave in 312 porcij druge vrste zelenjave. Skupna količina te zelenjave vsebuje skoraj 708 g kriterijske hranljive snovi $H_0$, kar je maksimalna dopustna količina za obdobje enega leta (natančna izračunana vrednost je 707.928 mg).

### 4.1.2 Iskanje optimalnega števila porcij s simpleksno metodo

Zapis reševanja prvega podproblema določa omejitve in kriterijsko funkcijo, definirane na začetku podpoglavja 4.1. Prva omejitev je največje skupno letno število porcij obeh vrst zelenjave, ki ne sme prekoračiti 416:

$$\sum_{i=1}^{2} X_i \leq 416 \tag{47}$$

Sledijo omejitve najmanjšega in največjega števila porcij vsake vrste zelenjave. Omejitve najmanjšega letnega števila porcij za obe vrsti zelenjave smo preoblikovali v zahtevano obliko:

$$\begin{aligned} X_1 \geq 52 \quad &\rightarrow \quad -X_1 \leq -52 \\ X_2 \geq 52 \quad &\rightarrow \quad -X_1 \leq -52 \end{aligned} \tag{48}$$

Omejitve največjega števila porcij so že v obliki, ki jo zahteva program Matlab:

$$X_1 \leq 312$$
$$X_2 \leq 312 \tag{49}$$

Na osnovi teh omejitev smo dopolnili matriko **A** s petimi dodatnimi vrsticami koeficientov, vektor **b** pa s petimi koeficienti. V zahtevano obliko smo pretvorili tudi omejitve najmanjše letne količine hranljivih snovi:

$$0{,}275X_1 + 0{,}011X_2 \geq 18{,}615 \quad \rightarrow \quad -0{,}275X_1 - 0{,}011X_2 \leq 18{,}615$$
$$0{,}093X_1 + 0{,}061X_2 \geq 28{,}105 \quad \rightarrow \quad -0{,}093X_1 - 0{,}061X_2 \leq 28{,}105 \tag{50}$$
$$0{,}311X_1 + 0{,}022X_2 \geq 30{,}113 \quad \rightarrow \quad -0{,}311X_1 - 0{,}022X_2 \leq 30{,}113$$

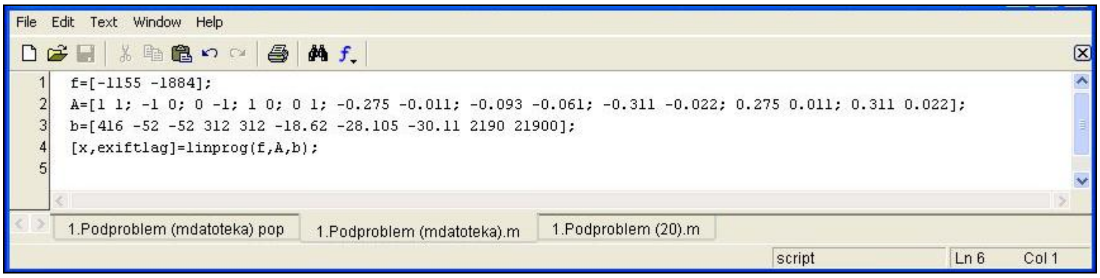
Omejitve največje letne količine hranljivih snovi so že v zahtevani obliki:

$$0{,}275X_1 + 0{,}011X_2 \leq 2190$$
$$0{,}311X_1 + 0{,}022X_2 \leq 21900 \tag{51}$$

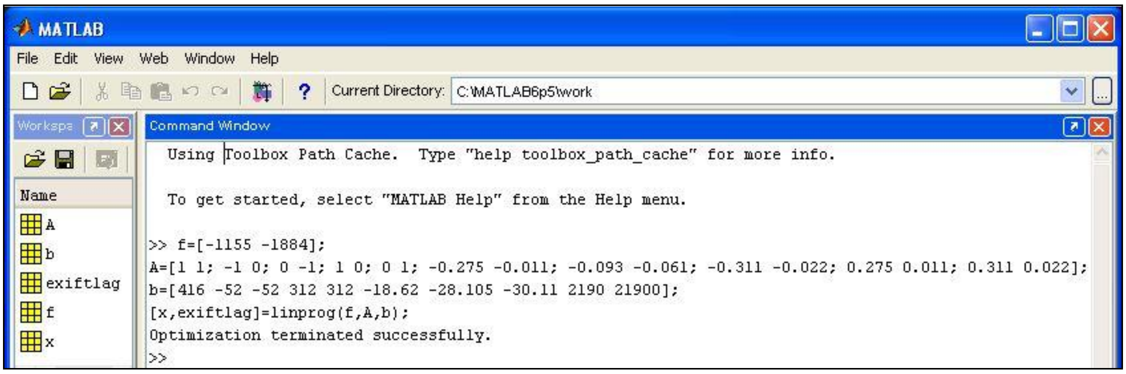
Poleg matričnega zapisa vseh desetih omejitev smo zapisali tudi vektor koeficientov kriterijske funkcije. V prvem podproblemu smo iskali maksimalno vrednost funkcije količine kriterijske hranljive snovi $j_0$. Ker simpleksna metoda v Matlabu poišče točke, v katerih ima kriterijska funkcija minimalno vrednost, smo kriterijsko funkcijo ustrezno preoblikovali:

$$1155\,X_1 + 1884\,X_2 \rightarrow \max \quad \Leftrightarrow \quad -1155\,X_1 - 1884\,X_2 \rightarrow \min \tag{52}$$

Vektor **f** predstavlja zapis kriterijske funkcije *K*, matrika **A** in vektor **b** pa zapis vseh omejitev *O*. Slika 5 prikazuje zapis optimizacijskega podproblema v delovni datoteki programa Matlab, slika 6 pa okno programa po izvedbi optimizacije.

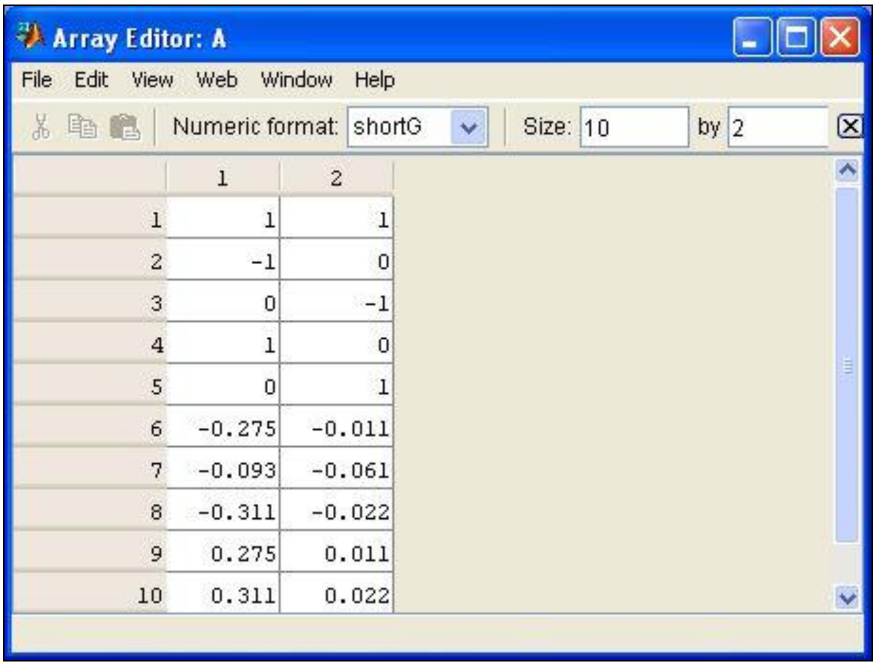



Slika 5: Zapis podproblema iskanja števila porcij

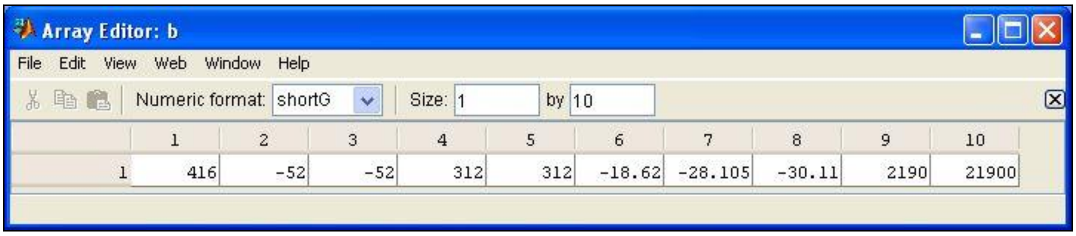



Slika 6: Reševanje podproblema števila porcij v programu Matlab

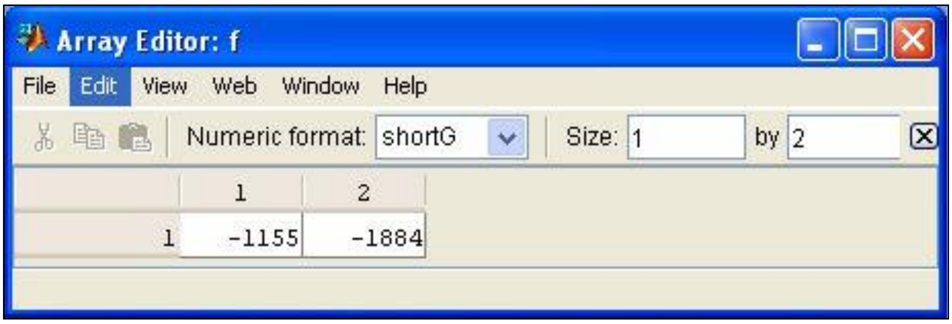
V postopku optimizacije je Matlab tvori pet tabel. Tri vsebujejo vrednosti podane matrike in dveh vektorjev. Slika 7 prikazuje tabelo koeficientov matrike **A**, slika 8 tabelo koeficientov vektorja **b**, slika 9 pa tabelo koeficientov vektorja **f**.




Slika 7: Koeficienti matrike omejitev za podproblem števila porcij

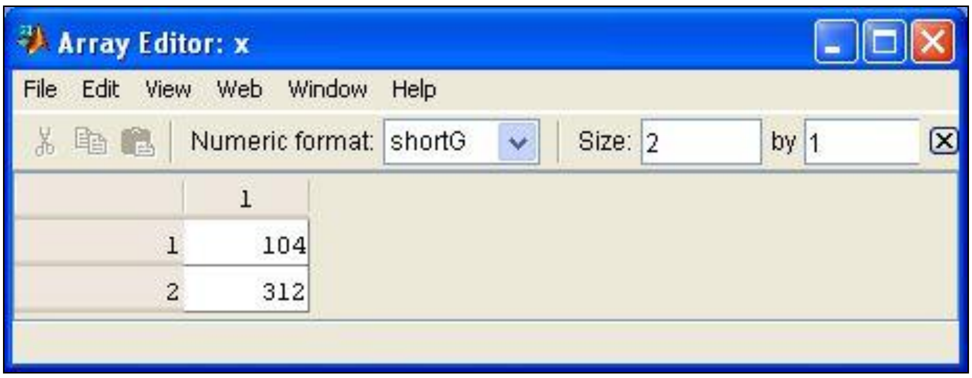



Slika 8: Koeficienti vektorja omejitev za podproblem števila porcij




Slika 9: Koeficienti vektorja kriterijske funkcije za podproblem števila porcij

Dodatni dve tabeli vsebujeta rešitev podproblema števila porcij. Slika 10 podaja dobljene optimalne vrednosti spremenljivk, slika 11 pa dobljeno optimalno vrednost kriterijske funkcije.




Slika 10: Vektor rešitev podproblema števila porcij

Iz rezultatov je razvidno, da je optimalna rešitev 104 porcije letno za prvo vrsto zelenjave $i_1$ in 312 porcij letno za drugo vrsto zelenjave $i_2$.


Slika 11: Optimalna količina kriterijske hranljive snovi

Ta rešitev daje minimalno vrednost kriterijske funkcije z upoštevanjem njene absolutne vrednosti pa dobimo iskano maksimalno vrednost. Za dani primer znaša 707.928 mg, kar predstavlja maksimalno letno količino izbrane hranljive snovi $j_o$, ki jo je pri danih omejitvah mogoče doseči le z izračunanim optimalnim številom porcij posamezne vrste zelenjave. Ta rezultat smo dobili z obema metodama reševanja: grafično in s simpleksno metodo v programu Matlab.

## 4.2 Iskanje optimalnega deleža pridelane zelenjave

Za potrebe reševanja tega podproblema smo obravnavali obe vrsti zelenjave iz podproblema števila porcij. Podatke o letni količini obeh vrst zelenjave $Q_{ic}$ smo izračunali iz dobljenega optimalnega števila porcij po enačbi (21). Dobljeno letno količino vsake vrste zelenjave v kilogramih vidimo v tabeli 6.

Tabela 6: Letno števil porcij in pripadajoče količine zelenjave

| Vrsta zelenjave $i$ | Letno število porcij $X_i$ | Velikost porcije $p_i$ [g] | Letna količina $Q_{ic}$ [g] | Letna količina $Q_{ic}$ [kg] | Vsebnost kriterijske snovi $jo$ $w_{ij0}$ [mg/porcija] | Skupna letna količina snovi $j_0$ $H_o$ [mg] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | 104 | 133 | 13.832 | 13,8 | 1.155 | 120.120 |
| $i_2$ | 312 | 152 | 47.424 | 47,4 | 1.884 | 587.808 |
| Maksimalna letna količina kriterijske hranljive snovi $j_0$ [mg] | | | | | | 707.928 |

Kot je razvidno iz tabele 6, potrebujemo letno 13,8 kg zelenjave $i_1$ in 47,4 kg zelenjave $i_2$. Ker smo predpostavili pridelavo obeh vrst zelenjave, smo po neenačbi (25) zapisali omejitvi minimalnega deleža pridelane količine:

$$d_{1p} \geq 0$$
$$d_{2p} \geq 0 \qquad (53)$$

Ob predpostavki, da pridelana količina ne sme presegati potrebne letne količine $Q_{ic}$, smo po neenačbi (26) zapisali še omejitvi maksimalnega deleža pridelave:

$$d_{1p} \leq 1$$
$$d_{2p} \leq 1 \qquad (54)$$

Podatke, ki so vezani na pridelavo zelenjave, kot so povprečni pridelek posamezne vrste in priporočene velikosti pridelovalnih površin, smo zbrali iz literature (Dermastija, 1997; Lovka, 2002; Simon, Becker in Nickig, 2005) in razgovorov s pridelovalci.

V tabeli 7 so prikazani podatki, ki smo jih potrebovali za zapis omejitve celotne razpoložljive pridelovalne površine in so izračunani po neenačbi (29).

Tabela 7: Podatki za zapis omejitve celotne razpoložljive površine

| Vrsta zelenjave $i$ | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Pridelek $q_i$ vrste zelenjave $i$ [kg/m2] | Količnik $Q_{ic}/q_i$ zelenjave $i$ [m2] |
|---|---|---|---|
| $i_1$ | 13,8 | 16,0 | 0,863 |
| $i_2$ | 47,4 | 6,0 | 7,900 |

V testnem problemu smo predpostavili razpoložljivo pridelovalno površino v izmeri 3 m$^2$. Na osnovi podatkov o količini obeh vrst zelenjave, njunem povprečnem pridelku in izračunanem količniku iz tabele 7 smo po neenačbi (29) zapisali omejitev skupne pridelovalne površine:

$$0{,}863 d_{1p} + 7{,}900 d_{2p} < 3 \qquad (55)$$

Za obe vrsti zelenjave smo določili tudi omejitve velikosti njunih pridelovalnih površin. Za obe vrsti zelenjave smo predpostavili enaki minimalni površini za pridelavo v izmeri 0,5 m$^2$ in enaki maksimalni površini za pridelavo v izmeri 3 m$^2$.

Podatki, ki so potrebni za definicijo omejitev deležev na osnovi omejitev površin, so podani v tabeli 8.

Tabela 8: Podatki za zapis omejitev deležev pridelave zelenjave

| Vrsta zelenjave $i$ | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Pridelek $q_i$ vrste zelenjave $i$ [kg/m2] | Količnik $q_i / Q_{ic}$ zelenjave $i$ [1/m2] | Minimalna površina $A_{i\,min}$ vrste zelenjave $i$ [m2] | Minimalni delež $d_{ip\,min}$ vrste zelenjave $i$ | Maksimalna površina $A_{i\,max}$ vrste zelenjave $i$ [m2] | Maksimalni delež $d_{ip\,max}$ vrste zelenjave $i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | 13,8 | 16,0 | 1,159 | 0,5 | 0,580 | 3,0 | 3,478 |
| $i_2$ | 47,4 | 6,0 | 0,127 | 0,5 | 0,063 | 3,0 | 0,380 |

Na osnovi teh podatkov smo po neenačbi (32) definirali omejitvi deležev, ki se nanašata na minimalni pridelovalni površini in smo ju namenili pridelovanju teh dveh vrst zelenjave:

$$\begin{aligned} d_{1p} &\geq 0{,}580 \\ d_{2p} &\geq 0{,}063 \end{aligned} \qquad (56)$$

Po neenačbi (33) pa smo definirali omejitvi deležev, ki se nanašata na maksimalni pridelovalni površini posamezne vrste zelenjave:

$$\begin{aligned} d_{1p} &\leq 3{,}478 \\ d_{2p} &\leq 0{,}380 \end{aligned} \qquad (57)$$

Za potrebe ocenjevanja stroškov v testnem problemu, v nadaljevanju pa tudi v realnem problemu, smo zbrali podatke o nabavnih cenah zelenjave $c_{in}$ in podatke o stroških pridelave zelenjave $c_{ip}$. Uporabili smo povprečne vrednosti dobljenih podatkov, ki smo jih pridobili iz različnih virov.

Nabavna cena sveže zelenjave, ki smo jo uporabili za reševanje podproblema, predstavlja povprečno vrednost podatkov o nabavnih cenah zelenjave, zbranih z različnih tržnic, srednje velikih trgovin in večjih nakupovalnih centrov. Pridelovalna cena zelenjave oziroma strošek pridelave, ki smo ga upoštevali pri izračunu, pa predstavlja povprečno vrednost podatkov o nabavnih cenah sadik in semen, dobljenih iz več vrtnarij in specializiranih trgovin. Povprečne vrednosti, ki smo jih uporabili v testnem problemu, podaja tabela 9.

Tabela 9: Podatki o cenah nabave in stroških pridelave zelenjave

| Vrsta zelenjave $i$ | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Povprečni stroški nabave $c_{in}$ vrste zelenjave $i$ [DE/kg] | Povprečni stroški pridelave $c_{ip}$ vrste zelenjave $i$ [DE/kg] | Koeficient $-Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ [DE] |
|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | 13,8 | 1,57 | 0,07 | -20,72 |
| $i_2$ | 47,4 | 2,52 | 0,26 | -107,12 |

Na osnovi podatkov o stroških nabave in pridelave na kilogram pridelka smo po enačbi (35) definirali stroškovno funkcijo. Iščemo najnižje letne stroške oskrbe z obravnavanima vrstama zelenjave:

$$S_c = -20{,}72\, d_{1p} - 107{,}12\, d_{2p} \rightarrow \min \tag{58}$$

### 4.2.1 Grafično iskanje optimalnega deleža pridelane zelenjave

Po metodi grafičnega reševanja smo uporabili koordinatni sistem, v katerem abscisna os predstavlja delež pridelane zelenjave vrste $i_1$, ordinatna os pa delež pridelane zelenjave vrste $i_2$. V ta koordinatni sistem smo vrisali vse funkcije omejitev in stroškovno funkcijo.

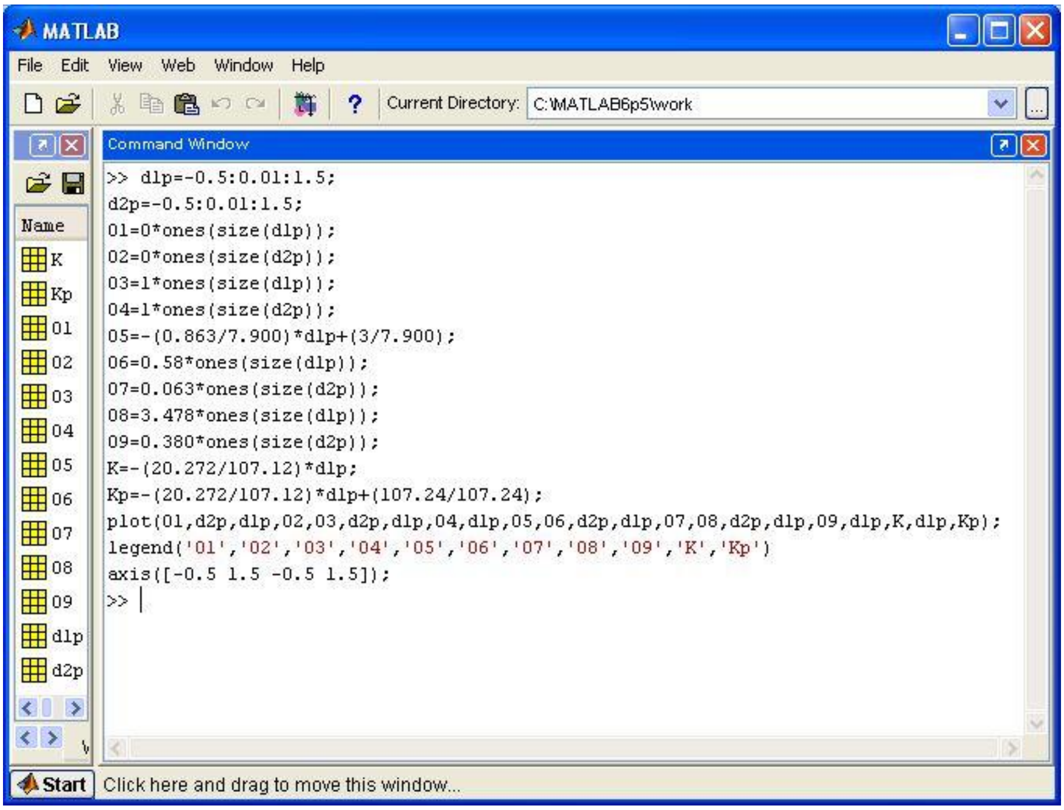
Omejitve $O$, ki določajo dopustne rešitve za obravnavani testni podproblem, predstavljajo naslednje linearne funkcije:

$$\begin{aligned}
&d_{1p} \geq 0\\
&d_{2p} \geq 0\\
&d_{1p} \leq 1\\
&d_{2p} \leq 1\\
&0{,}863 d_{1p} + 7{,}900 d_{2p} < 3\\
&d_{1p} \geq 0{,}580\\
&d_{2p} \geq 0{,}063\\
&d_{1p} \leq 3{,}478\\
&d_{2p} \leq 0{,}380
\end{aligned} \tag{59}$$

Linearna funkcija $K$ določa kriterij ocenjevanja dopustnih rešitev. Njen matematični zapis je:

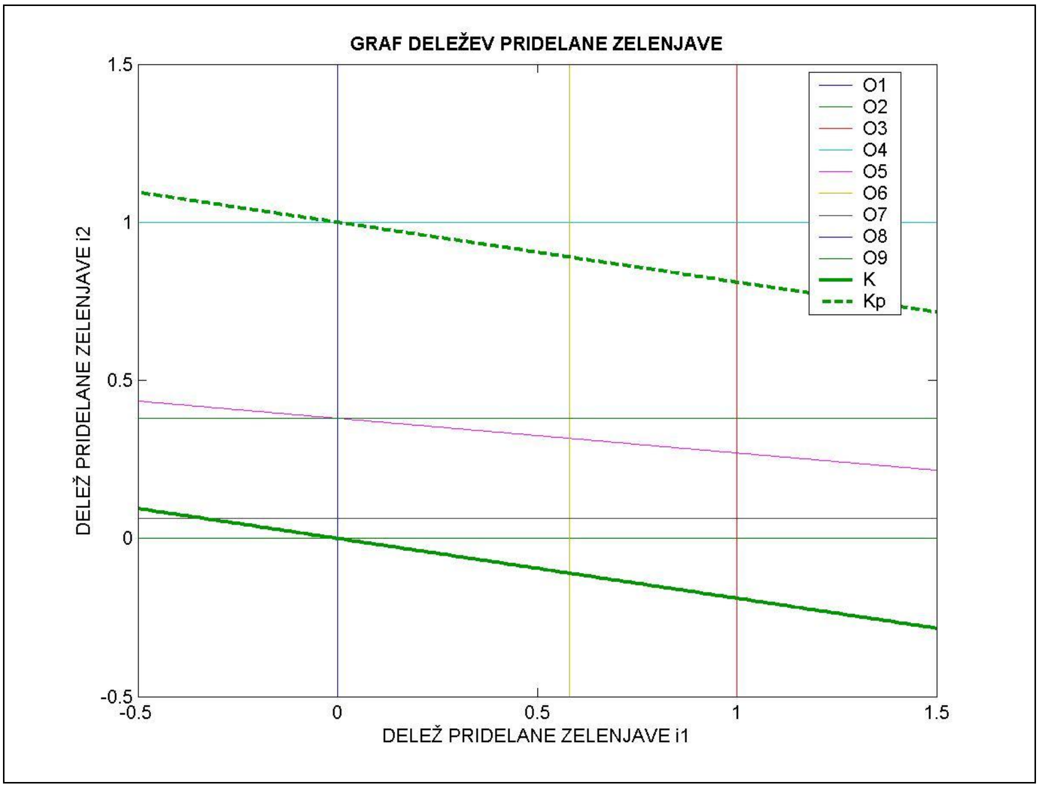
$$-20{,}72\ d_{1p} - 107{,}12\ d_{2p} \rightarrow \min \tag{60}$$

V programu Matlab smo definirali funkcije za izris in uporabili ukaz *plot* za izris grafov teh funkcij. Slika 12 prikazuje okno programa Matlab pri vnosu zapisa za izris grafa.

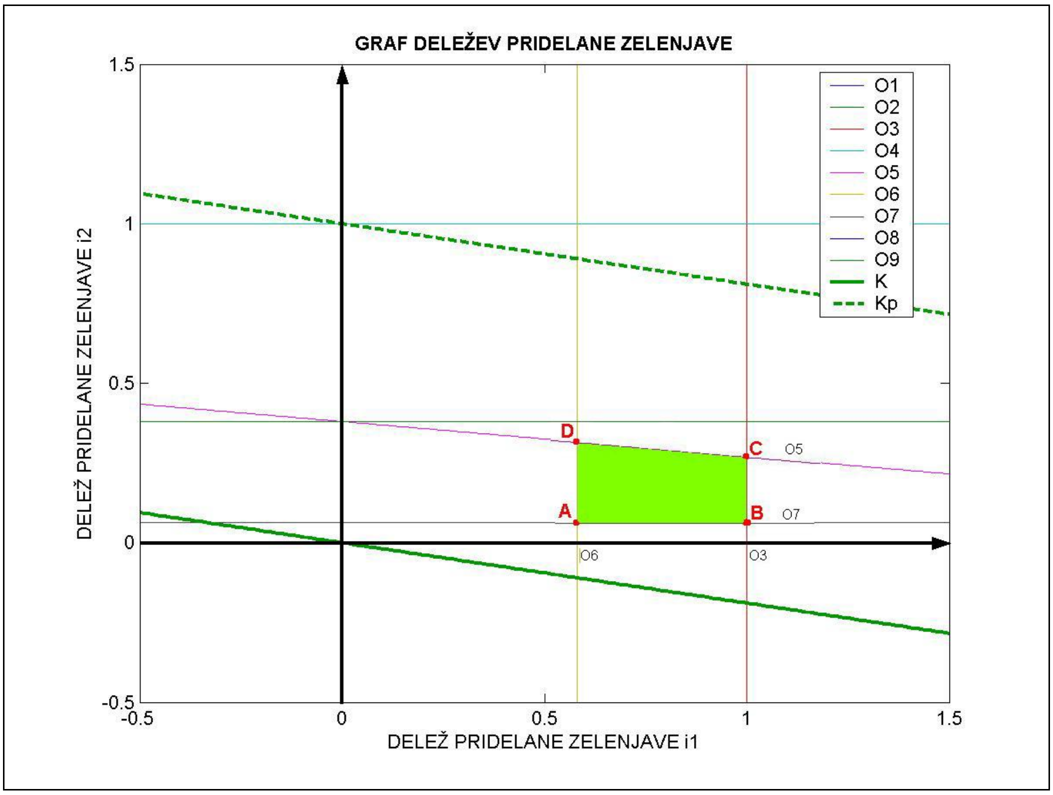



Slika 12: Zapis za grafični prikaz funkcij testnega podproblema pridelave

Na osnovi tega zapisa smo dobili grafični prikaz, kot ga prikazuje slika 13. Za potrebe izračuna upoštevamo samo območje, ki ga prikazuje slika 14.




Slika 13: Grafični prikaz funkcij testnega podproblema pridelave zelenjave




Slika 14: Območje dopustnih rešitev testnega podproblema pridelave

Iz slike je razvidno, da oklepajo območje dopustnih rešitev omejitve $O_3$, $O_5$, $O_6$ in $O_7$. Njihova presečišča so v točkah A, B, C in D. Koordinate točk smo izračunali, lahko pa bi jih tudi odčitali iz grafa. Izračunane koordinate so:

A (0.580, 0.063)
B (1, 0.063)
C (1, 0.271)
D (0.580, 0.316)

Z vstavljanjem vrednosti teh koordinat točk v stroškovno funkcijo smo po enačbi (35) dobili podatke o delnih letnih stroških oskrbe na pripadajoče deleže pridelane zelenjave:

$S_c(\mathrm{A}) = -18{,}77$
$S_c(\mathrm{B}) = -27{,}47$
$S_c(\mathrm{C}) = -49{,}75$
$S_c(\mathrm{D}) = -45{,}87$

Tako iz grafa, kot iz izračunov smo ugotovili, da zavzema minimalno vrednost točka C, ki predstavlja presečišče funkcij omejitev $O_3$ in $O_5$. Točka določa optimalna deleža pridelane zelenjave, ki skupaj z deležema nabavljene zelenjave zagotavlja letno oskrbo z najnižjimi stroški.

Ta točka določa 100% delež pridelave zelenjave $i_1$ torej celotno količino 13,8 kg, kolikor je letno potrebujemo in 27,1% delež pridelave celotne letne potrebe po zelenjavi $i_2$, kar znaša 12,85 kg. Delni rezultat najnižjih stroškov znaša −49,75 in predstavlja prihranek na stroških letne oskrbe z zelenjavo, ki ga dosežemo s pridelavo v danem optimalnem deležu. Z upoštevanjem celotne letne oskrbe, ki vključuje nabavo, smo po enačbi (34) izračunali najnižje letne stroške za oskrbo z obema obravnavanima vrstama zelenjave, ki znašajo 91,42 denarnih enot.

### 4.2.2 Iskanje optimalnega razmerja z linearnim programiranjem

Na osnovi omejitev in stroškovne funkcije, definiranih v začetku podpoglavja 4.2, smo v Matlabovi datoteki definirali zapis drugega podproblema, ki obsega koeficiente matrike **A**, vektorja **b** in vektorja **f** ter ukaz *linprog* za reševanje problema linearnega programiranja.

Prve štiri omejitve se nanašajo na količino zelenjave, ki smo jo pripravljeni pridelovati. Ker smo predpostavili pridelovanje obeh vrst zelenjave, sta dve omejitvi vezani na delež pridelane količine, ki mora biti večji od nič. Zaradi zahtev optimizacijskega algoritma v programu Matlab smo neenačbi ustrezno preoblikovali:

$$d_{1p} \geq 0 \quad \rightarrow \quad -d_{1p} \leq 0$$

$$d_{2p} \geq 0 \quad \rightarrow \quad -d_{2p} \leq 0 \tag{61}$$

Dve omejitvi pa sta vezani na največjo količino zelenjave, ki smo jo pripravljeni pridelovati glede na letno potrebo, izraženo v deležu pridelane količine. Njuna oblika že ustreza zahtevam program Matlab:

$$\begin{aligned} d_{1p} &\leq 1 \\ d_{2p} &\leq 1 \end{aligned} \tag{62}$$

Omejitev, ki je vezana na velikost razpoložljive pridelovalne površine, smo zapisali po neenačbi (29). Tudi oblika te enačbe ustreza zahtevani obliki zapisa. Z upoštevanjem predpostavljene omejitve 3 m$^2$ in zbranih podatkov v tabeli 7, se omejitev glasi:

$$0{,}863\, d_{1p} + 7{,}900\, d_{2p} < 3 \tag{63}$$

Na osnovi podatkov, zbranih v tabeli 8, smo zapisali štiri dodatne omejitve. Prvi dve smo definirali po neenačbi (32) in določata najmanjšo pridelovalno površino, namenjeno vsaki zelenjavi. Ker oblika zapisa teh dveh omejitev ne ustreza algoritmu reševanja v programu Matlab, smo ju ustrezno prilagodili:

$$\begin{aligned} d_{1p} \geq 0{,}580 \quad &\rightarrow \quad -d_{1p} \leq -0{,}580 \\ d_{2p} \geq 0{,}063 \quad &\rightarrow \quad -d_{2p} \leq -0{,}063 \end{aligned} \tag{64}$$

Po neenačbi (33) pa smo zapisali dve omejitvi deležev glede na največjo pridelovalno površino, ki smo jo namenili vsaki vrsti zelenjave:

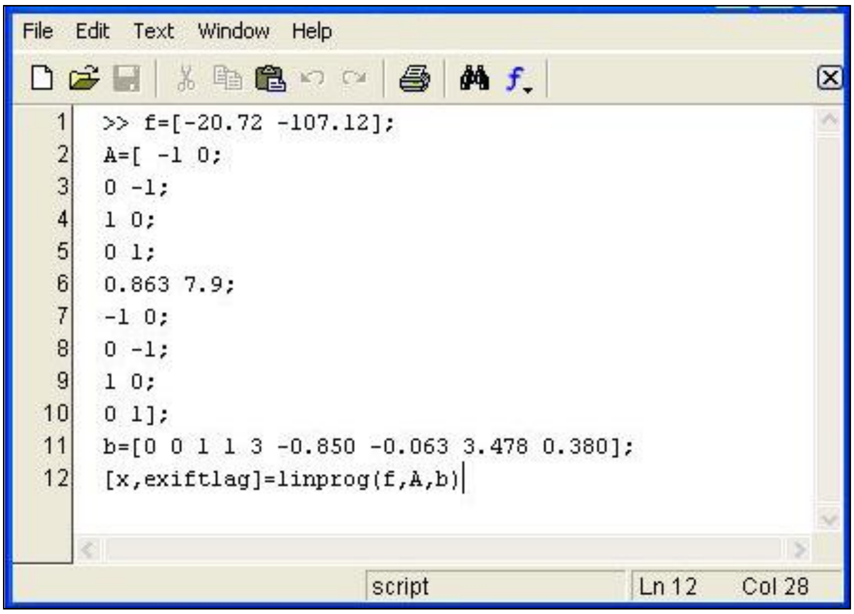
$$d_{1p} \leq 3{,}478$$
$$d_{2p} \leq 0{,}380 \qquad (65)$$

Ker oblika zapisa omejitev ustreza zahtevam algoritma, smo v matriki **A** in vektorju **b** ohranili predznak koeficientov. Ker je skupno devet omejitev in imamo samo dve vrsti zelenjave oziroma dve spremenljivki, je skupno število koeficientov matrike **A** 18.

Zapis podproblema smo dopolnili še z vektorjem koeficientov stroškovne funkcije, ki so zbrani v tabeli 9. Oblika zapisa in iskana vrednost te funkcije ustrezata zahtevam optimizacije v programu Matlab:

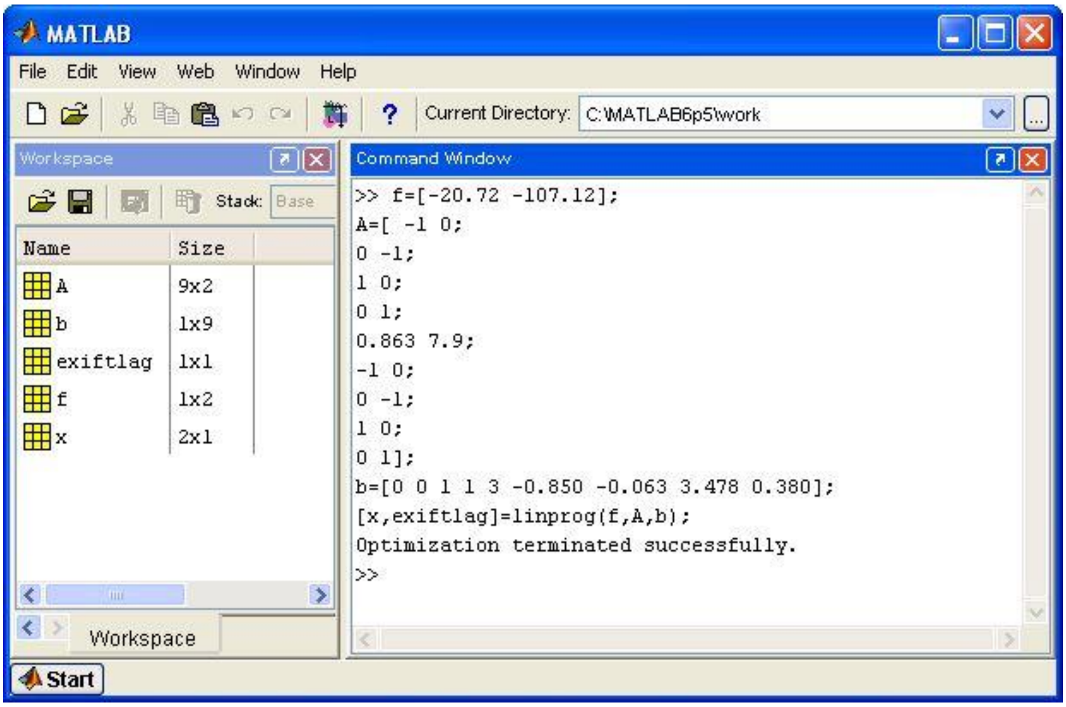
$$S_c = -20{,}72\, d_{1p} - 107{,}12\, d_{2p} \rightarrow \min \qquad (66)$$

Slika 15 prikazuje celoten zapis podproblema iskanja optimalnega deleža pridelave obeh vrst zelenjave. Zapis zaključuje ukaz, ki zahteva izpis dobljenih optimalnih vrednosti spremenljivk, optimalne vrednosti stroškovne funkcije in vse podane koeficiente omejitev in stroškovne funkcije.



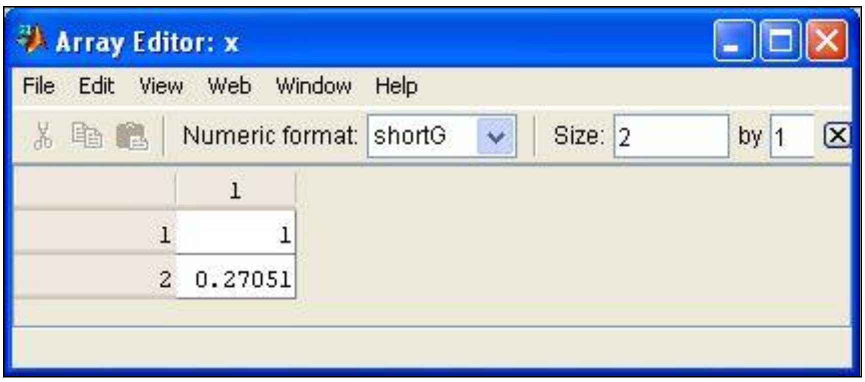

Slika 15: Zapis podproblema iskanja optimalnega deleža pridelane zelenjave

Zapis smo nato prenesli v ukazno okno programa Matlab. Kot je razvidno iz slike 16, je program v optimizacijskem postopku tvoril pet tabel.




Slika 16: Reševanje podproblema pridelave zelenjave v programu Matlab

Tri tabele navajajo koeficiente, ki smo jih podali v zapisu podproblema, dve tabeli pa vsebujeta rezultat linearnega programiranja. Slika 17 prikazuje optimalne vrednosti spremenljivk, ki zagotavljajo minimalno vrednost stroškovne funkcije.




Slika 17: Vektor rešitev za podproblem deleža pridelane zelenjave

Iz rezultata je razvidno, da minimalne letne stroške oskrbe z obravnavanima dvema vrstama zelenjave dosežemo tako, da zelenjavo $i_1$ pridelujemo v celotni količini, ki jo letno potrebujemo in znaša 13,8 kg, zelenjavo $i_2$, katere letno potrebujemo 47,4 kg, pa le 27,1%, kar znaša 12,85 kg. Preostalih 72,9% zelenjave $i_2$, kar znaša 34,55 kg, moramo dokupiti.

Pri takšnem razmerju pridelave in nabave obeh vrst zelenjave so zagotovljeni najnižji stroški oskrbe. Slika 18 prikazuje pripadajočo vrednost stroškovne funkcije.


Slika 18: Optimalna vrednost stroškovne funkcije

Dobljena vrednost −49,70 je delni rezultat izračuna celotnih letnih stroškov iz enačbe (34) in predstavlja prihranek, ki ga imamo pri oskrbi z zelenjavo, če zelenjavo pridelamo sami. Dodatnega koeficienta, ki je po formulaciji podproblema neodvisen od iskanih spremenljivk, pri linearnem programiranju nismo upoštevali. Celotne letne stroške smo zato izračunali po enačbi (34) in znašajo 91,42 denarnih enot. Podatke za izračun navaja tabela 10, tabela 11 pa podaja optimalno strukturo stroškov oskrbe.

Tabela 10: Podatki za stroškovno funkcijo v podproblemu pridelave

| Vrsta zelenjave $i$ | Koeficient $-Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ [DE] | **REZULTAT** Delež pridelane zelenjave $d_{ip}$ | Produkt $-d_{ip}\cdot Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ [DE] | Produkt $Q_{ic}\cdot c_{in}$ [DE] | **Letni stroški** $Q_{ic}\cdot c_{in}$ $-d_{ip}\cdot Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ [DE] |
|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | -20,72 | 1,000 | -20,72 | 21,67 | 0,95 |
| $i_2$ | -107,12 | 0,271 | -28,98 | 119,45 | 90,47 |
| | | **Skupaj:** | **-49,70** | **141,11** | **91,42** |

Tabela 11: Optimalna struktura stroškov za testni problem

| Vrsta zelenjave $i$ | **REZULTAT** Delež pridelane zelenjave $d_{ip}$ | Letna količina pridelane zelenjave $Q_{ip}$ [kg] | Predvidena pridelovalna površina $A_i$ [m2] | **Stroški pridelave** $S_{ip}$ [DE] | Delež nabavljene zelenjave $d_{in}$ | Letna količina nabavljene zelenjave $Q_{in}$ [kg] | **Stroški nabave** $S_{in}$ [DE] | **REZULTAT Skupni stroški** $S_c$ [DE] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i$ 1 | 1,000 | 13,800 | 0,9 | 0,97 | 0,000 | 0,000 | 0,00 | 0,97 |
| $i$ 2 | 0,271 | 12,822 | 2,1 | 3,33 | 0,729 | 34,578 | 87,14 | 90,47 |
| | | **Skupaj:** | 3,0 | **4,30** | | **Skupaj:** | **87,14** | **91,44** |

## 4.3 Ugotovitve

Problem optimalne oskrbe z zelenjavo v prehrambne namene smo razčlenili na dva podproblema in ju formalno opredelili. Za potrebe reševanja testnega problema smo pridobili potrebne podatke. Oba podproblema smo rešili tako grafično kot s simpleksno metodo linearnega programiranja.

Če primerjamo rezultata, dobljena z grafično metodo, z rezultatoma, dobljenima s simpleksno metodo, ugotovimo, da se ti dobro ujemajo tako za prvi kot za drugi podproblem. Minimalna odstopanja v rezultatih so posledica zaokroževanja. Rezultati reševanja obeh podproblemov potrjujejo ustreznost zapisa reševanja z linearnim programiranjem glede na zahteve programa Matlab. S tem je zagotovljena ustreznost zapisa tudi pri reševanju problemov z večjim številom obravnavanih vrst zelenjave in hranljivih snovi.

# 5 REŠEVANJE REALNEGA PROBLEMA

V tem poglavju predstavljamo uporabnost optimizacije oskrbe z zelenjavo z rešitvijo realnega optimizacijskega problema na podlagi podatkov, pridobljenih v terapevtski skupnosti, ki ne želi biti imenovana. Problem oskrbe skupnosti z zelenjavo smo rešili postopoma po simpleksni metodi linearnega programiranja v programu Matlab. Z rešitvijo prvega podproblema smo dobili optimalno letno količino zelenjave, ki izpolnjuje podane zahteve zdravega prehranjevanja. Z rešitvijo drugega podproblema pa smo dobili optimalni delež pridelave in s tem optimalno količino zelenjave, ki naj bi jo v skupnosti pridelovali sami, da bi letno zagotovili najnižje stroške oskrbe z zelenjavnimi živili.

## 5.1 Iskanje optimalnega števila porcij zelenjave

Na osnovi zbranih podatkov smo najprej poiskali optimalno letno količino zelenjave, ki zagotavlja oskrbo z vidika zdravega prehranjevanja za deset oseb, ki bivajo v terapevtski skupnosti. V analizo smo vključili 18 vrst zelenjave, ki jo v skupnosti sami pridelujejo in jo uporabljajo pri pripravi obrokov hrane. Glede na to, da pridelano zelenjavo skladiščijo in imajo tudi možnost skladiščenja v hladilnici izven skupnosti, imajo pester izbor zelenjave v jedilniku večino leta.

Za izračun letnega števila porcij smo predpostavili največ tri porcije zelenjave dnevno, kar znaša 21 porcij tedensko na osebo za obdobje 52 tednov. Največje skupno število porcij za deset oseb smo izračunali po enačbi (7) in znaša 10.920. Po neenačbi (11) predstavlja to prvo omejitev:

$$\sum_{i=1}^{18} X_i \leq 10920 \tag{67}$$

Pri zapisu reševanja določa ta omejitev koeficiete prve vrstice matrike koeficientov omejitev **A** in prvi koeficient vektorja mejnih vrednosti omejitev **b**.

Za vsako vrsto zelenjave smo pridobili podatek o pogostosti njene uporabe v povprečnem tedenskem jedilniku. Tako smo v analizo vključili dejanske navade in pravila prehranjevanja, ki veljajo v skupnosti pri pripravi obrokov. Pri tem smo določili minimalno in maksimalno število porcij tedensko oziroma mesečno na osebo. Z upoštevanjem števila porcij, števila oseb in obdobja analize enega leta smo po enačbah (12) in (13) izračunali skupno minimalno in maksimalno letno število porcij vsake vrste zelenjave. Podatke podaja tabela 12.

Tabela 12: Podatki terapevtske skupnosti o številu porcij zelenjave

| VRSTA ZELENJAVE | | Letne omejitve števila porcij za eno osebo | | Letne omejitve števila porcij za celotno število oseb | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Minimalno število porcij letno na osebo $x_{i\,min}$ | Maksimalno število porcij letno na osebo $x_{i\,max}$ | Minimalno število porcij letno za število oseb $N_O$ $X_{i\,min}$ | Maksimalno število porcij letno za število oseb $N_O$ $X_{i\,max}$ |
| $i_1$ | Buče/Bučke | 16 | 208 | 16 | 2080 |
| $i_2$ | Jajčevec | 8 | 208 | 80 | 2080 |
| $i_3$ | Korenje | 12 | 208 | 120 | 2080 |
| $i_4$ | Krompir | 16 | 280 | 160 | 2800 |
| $i_5$ | Paradižnik | 26 | 208 | 260 | 2080 |
| $i_6$ | Solata | 40 | 728 | 400 | 7280 |
| $i_7$ | Blitva | 12 | 156 | 120 | 1560 |
| $i_8$ | Brokoli | 5 | 104 | 50 | 1040 |
| $i_9$ | Cvetača | 32 | 156 | 320 | 1560 |
| $i_{10}$ | Čebula | 84 | 624 | 840 | 6240 |
| $i_{11}$ | Česen | 84 | 728 | 840 | 7280 |
| $i_{12}$ | Grah | 10 | 156 | 100 | 1560 |
| $i_{13}$ | Kumara | 7 | 64 | 70 | 640 |
| $i_{14}$ | Paprika | 16 | 312 | 160 | 3120 |
| $i_{15}$ | Por | 24 | 160 | 240 | 1600 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 4 | 104 | 35 | 1040 |
| $i_{17}$ | Repa | 4 | 80 | 35 | 800 |
| $i_{18}$ | Zelje | 16 | 120 | 160 | 1200 |

Na osnovi teh podatkov smo po neenačbi (14) zapisali omejitev najmanjšega letnega števila porcij za vsako vrsto zelenjave:

$$X_i \geq X_{i\max}, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{68}$$

Te neenačbe smo preoblikovali v obliko, ki jo zahteva Matlab.

Po neenačbi (15) smo zapisali omejitev največjega števila porcij za vsako vrsto zelenjave:

$$X_i \leq X_{i\max}, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{69}$$

Pri tem smo ohranili obliko zapisa, ki že ustreza zapisu optimizacijskega problema v programu Matlab.

Ob upoštevanju števila obravnavanih vrst zelenjave spodnja in zgornja meja števila porcij narekujeta dve dodatni omejitvi za vsako vrsto zelenjave, kar znaša skupno 36 dodatnih omejitev in s tem toliko dodatnih vrstic matrike omejitev **A** in koeficientov vektorja omejitev **b**.

V analizo zahtev po zdravem prehranjevanju vključimo 11 vrst hranljivih snovi, pri čemer ena določa kriterij vrednotenja in jo označujemo $j_0$, preostalih deset pa določa zahteve zdravega prehranjevanja in so označene z $j_1 \ldots j_{10}$. Podatki o najmanjšem priporočenem in največjem dovoljenem uživanju hranljivih snovi predstavljajo povprečne vrednosti iz literature, navedene v podpoglavju 4.1. Od terapevtske skupnosti smo dobili podatke tudi o drugih živilih, ki jih redno uporabljajo pri pripravi obrokov in so vir obravnavanih hranljivih snovi. Na osnovi ugotovljene raznolikosti virov zahtevamo 30% pokrivanje spodnje letne mejne količine snovi, dovoljujemo pa 70% pokrivanje zgornje mejne količine snovi. Minimalne vrednosti smo določili za vse vrste hranljivih snovi, medtem ko smo maksimalno omejitev pri vitaminu C zanemarili, ker se prekomerna količina izloča iz telesa in je zato z normalnim prehranjevanjem prekoračitev skoraj nemogoča. Ob upoštevanju spodnje meje uživanja za vseh deset vrst hranljivih snovi, zgornje meje pa za devet snovi, dobimo skupno 19 dodatnih omejitev in s tem dodatnih vrstic v matriki omejitev **A** in koeficientov v vektorju omejitev **b**.

Na osnovi podatkov o minimalni in maksimalni dnevni količini uživanja hranljivih snovi, obdobja analize enega leta in zahtevanega deleža kritja mejnih količin smo izračunali letne mejne količine posameznih hranljivih snovi. Po enačbi (16) smo izračunali najmanjše letne količine hranljivih snovi, katerih vrednosti podaja tabela 13. Po enačbi (17) pa smo izračunali največje letne količine hranljivih snovi in vrednosti zbrali v tabeli 14. Izračunane mejne količine predstavljajo koeficiente vektorja omejitev **b.**

Tabela 13: Minimalne količine hranljivih snovi, vključenih v optimizacijo

| **Omejitve minimalnih količin hranljivih snovi** | | Minimalna dnevna količina na osebo $h_{j\,min}$ [mg] | Minimalna letna količina za $N_0$ oseb z upoštevanim deležem kritja $r_{min}$ $H_{j\,min}$ [mg] |
|---|---|---|---|
| Hranljive snovi $j$ | | | |
| $j_1$ | Vitamin A (retinol) | 0,12 | 131,40 |
| $j_2$ | Vitamin $B_2$ (riboflavin) | 0,24 | 262,80 |
| $j_3$ | Vitamin $B_6$ (piridoksin) | 0,30 | 328,50 |
| $j_4$ | Vitamin $B_1$ (tiamin) | 0,21 | 229,95 |
| $j_5$ | Vitamin $B_3$ (niancin) | 2,70 | 2956,50 |
| $j_6$ | Vitamin $B_5$ (pantotenska kislina) | 0,90 | 985,50 |
| $j_7$ | Vitamin $B_7$ (biotin) | 0,02 | 24,09 |
| $j_8$ | Vitamin C | 9,00 | 9855,00 |
| $j_9$ | Vitamin E | 1,50 | 1642,50 |
| $j_{10}$ | Folna kislina | 0,03 | 32,85 |

Tabela 14: Maksimalne količine hranljivih snovi, vključenih v optimizacijo

| **Omejitve maksimalnih količin hranljivih snovi** | | Maksimalna dnevna količina na osebo $h_{j\,max}$ [mg] | Maksimalna letna količina za $N_0$ oseb z upoštevanim $r_{max}$ deležem kritja $H_{j\,max}$ [mg] |
|---|---|---|---|
| Hranljive snovi $j$ | | | |
| $j_1$ | Vitamin A (retinol) | 1,50 | 3832,50 |
| $j_2$ | Vitamin $B_2$ (riboflavin) | 3,60 | 9198,00 |
| $j_3$ | Vitamin $B_6$ (piridoksin) | 4,20 | 10731,00 |
| $j_4$ | Vitamin $B_1$ (tiamin) | 3,00 | 7665,00 |
| $j_5$ | Vitamin $B_3$ (niancin) | 30,00 | 76650,00 |
| $j_6$ | Vitamin $B_5$ (pantotenska kislina) | 15,00 | 38325,00 |
| $j_7$ | Vitamin $B_7$ (biotin) | 0,30 | 766,50 |
| $j_9$ | Vitamin E | 30,00 | 76650,00 |
| $j_{10}$ | Folna kislina | 0,40 | 1022,00 |

Delež hranljivih snovi, ki ga letno prispeva posamezna vrsta zelenjave, je odvisen od vsebnosti snovi in količine zelenjave. Formulacija omejitev, vezanih na zadovoljevanje potreb po hranljivih snoveh, zahteva za vsako vrsto zelenjave podatke o vsebnosti obravnavanih hranljivih snovi. Podatki o vsebnosti hranljivih snovi v mg na 100 g živila so zbrani v tabelah 15 in 16.

Tabela 15: Vsebnost hranljivih snovi na 100 g zelenjave

| $v_{ij}$ - Vsebnost hranljive snovi $j$ v zelenjavi $i$ [mg/100 g živila] | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Vrsta zelenjave $i$ | | Vrsta hranljive novi $j$ | | | | |
| | | $j$ 1 | $j$ 2 | $j$ 3 | $j$ 4 | $j$ 5 |
| | | Vitamin A (retinol) | Vitamin $B_2$ (riboflavin) | Vitamin $B_6$ (piridoksin) | Vitamin $B_1$ (tiamin) | Vitamin $B_3$ (niancin) |
| $i$ 1 | Buče / Bučke | 0,206 | 0,070 | 0,233 | 0,097 | 0,587 |
| $i$ 2 | Jajčevec | 0,007 | 0,040 | 0,080 | 0,040 | 0,600 |
| $i$ 3 | Korenje | 1,700 | 0,040 | 0,170 | 0,065 | 0,530 |
| $i$ 4 | Krompir | 0,001 | 0,070 | 0,220 | 0,120 | 1,850 |
| $i$ 5 | Paradižnik | 0,132 | 0,043 | 0,113 | 0,065 | 0,708 |
| $i$ 6 | Solata | 0,213 | 0,100 | 0,060 | 0,055 | 0,365 |
| $i$ 7 | Blitva | 0,588 | 0,160 | 0,090 | 0,100 | 0,650 |
| $i$ 8 | Brokoli | 0,050 | 0,180 | 0,200 | 0,095 | 0,950 |
| $i$ 9 | Cvetača | 0,002 | 0,090 | 0,160 | 0,100 | 0,555 |
| $i$ 10 | Čebula | 0,004 | 0,100 | 0,325 | 0,145 | 0,635 |
| $i$ 11 | Česen | 0,001 | 0,080 | 0,200 | 0,200 | 0,600 |
| $i$ 12 | Grah | 0,054 | 0,175 | 0,120 | 0,383 | 2,570 |
| $i$ 13 | Kumara | 0,066 | 0,030 | 0,040 | 0,020 | 0,200 |
| $i$ 14 | Paprika | 0,070 | 0,040 | 0,170 | 0,050 | 0,253 |
| $i$ 15 | Por | 0,011 | 0,070 | 0,260 | 0,090 | 0,530 |
| $i$ 16 | Rdeča pesa | 0,002 | 0,033 | 0,045 | 0,025 | 0,248 |
| $i$ 17 | Repa | 0,012 | 0,050 | 0,080 | 0,040 | 0,670 |
| $i$ 18 | Zelje | 0,008 | 0,045 | 0,190 | 0,040 | 0,245 |

Tabela 16: Vsebnost hranljivih snovi na 100 g zelenjave (nadaljevanje)

| $v_{ij}$ - Vsebnost hranljive snovi $j$ v zelenjavi $i$ [mg/100 g živila] | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vrsta zelenjave $i$ | | Vrsta hranljive novi $j$ | | | | | |
| | | $j$ 6 | $j$ 7 | $j$ 8 | $j$ 9 | $j$ 10 | $j$ 0 |
| | | Vitamin $B_5$ (pantotenska kislina) | Vitamin $B_7$ (biotin) | Vitamin C | Vitamin E | Folna kislina | Beljakovine |
| $i$ 1 | Buče / Bučke | 0,243 | 0,001 | 13,667 | 0,623 | 0,022 | 1300,00 |
| $i$ 2 | Jajčevec | 0,230 | 0,001 | 5,000 | 0,030 | 0,031 | 1240,00 |
| $i$ 3 | Korenje | 0,318 | 0,003 | 6,000 | 0,440 | 0,033 | 1181,75 |
| $i$ 4 | Krompir | 0,375 | 0,001 | 21,000 | 0,100 | 0,017 | 6000,00 |
| $i$ 5 | Paradižnik | 0,253 | 0,005 | 17,000 | 2,120 | 0,029 | 1500,00 |
| $i$ 6 | Solata | 0,405 | 0,001 | 11,500 | 0,690 | 0,092 | 1400,00 |
| $i$ 7 | Blitva | 0,170 | 0,001 | 39,000 | 1,500 | 0,030 | 1200,00 |
| $i$ 8 | Brokoli | 0,590 | 0,001 | 102,500 | 0,745 | 0,111 | 3010,00 |
| $i$ 9 | Cvetača | 0,770 | 0,001 | 61,000 | 0,090 | 0,125 | 1750,00 |
| $i$ 10 | Čebula | 0,610 | 0,016 | 24,500 | 0,610 | 0,059 | 1250,00 |
| $i$ 11 | Česen | 0,150 | 0,002 | 14,000 | 0,100 | 0,020 | 1100,00 |
| $i$ 12 | Grah | 0,910 | 0,003 | 53,000 | 1,540 | 0,155 | 8600,00 |
| $i$ 13 | Kumara | 0,340 | 0,001 | 8,000 | 0,060 | 0,027 | 700,00 |
| $i$ 14 | Paprika | 0,190 | 0,002 | 86,667 | 1,187 | 0,060 | 344,33 |
| $i$ 15 | Por | 0,140 | 0,002 | 10,000 | 0,530 | 0,103 | 2800,00 |
| $i$ 16 | Rdeča pesa | 0,113 | 0,001 | 12,250 | 0,040 | 0,046 | 3700,00 |
| $i$ 17 | Repa | 0,200 | 0,002 | 20,000 | 0,010 | 0,020 | 700,00 |
| $i$ 18 | Zelje | 0,245 | 0,002 | 32,500 | 0,925 | 0,031 | 3000,00 |

Na osnovi podatkov o mejnih vrednostih, podanih v tabelah 13 in 14, ter podatkov o vsebnosti hranljivih snovi iz tabel 15 in 16 smo za vsako vrsto hranljive snovi zapisali omejitev minimalne in maksimalne skupne letne količine:

$$H_{j\min} \leq \sum_{i=1}^{18}\left(\frac{v_{ij}}{100}\cdot p_i \cdot X_i\right) = \sum_{i=1}^{18}(w_{ij}\cdot p_i \cdot X_i), \qquad j_1 \dots j_{10} \tag{70}$$

$$H_{j\max} \geq \sum_{i=1}^{18}\left(\frac{v_{ij}}{100}\cdot p_i \cdot X_i\right) = \sum_{i=1}^{18}(w_{ij}\cdot p_i \cdot X_i), \qquad j_1 \dots j_7, j_9, j_{10} \tag{71}$$

Z upoštevanjem te zahteve zdravega prehranjevanja smo zapis matrike in vektorja v programu Matlab dopolnili z 19 omejitvami, kar pomeni 19 dodatnih vrstic matrike **A** in 19 koeficientov vektorja **b**. Vrednosti koeficientov matrike **A** so vrednosti koeficientov iskanih spremenljivk. To so vsebnosti hranljivih snovi na porcijo zelenjave, ki so podane v tabelah 17 in 18.

Tabela 17: Vsebnost hranljivih snovi v porciji zelenjave

| $w_{ij}$ - Vsebnost hranljive snovi $j$ v zelenjavi $i$ [mg/porcijo živila] | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vrsta zelenjave $i$ | | Velikost porcije $p_i$ [g] | Vrsta hranljive novi $j$ | | | | |
| | | | $j$ 1 | $j$ 2 | $j$ 3 | $j$ 4 | $j$ 5 |
| | | | Vitamin A (retinol) | Vitamin $B_2$ (riboflavin) | Vitamin $B_6$ (piridoksin) | Vitamin $B_1$ (tiamin) | Vitamin $B_3$ (niancin) |
| $i$ 1 | Buče / Bučke | 133 | 0,274 | 0,093 | 0,310 | 0,129 | 0,780 |
| $i$ 2 | Jajčevec | 152 | 0,011 | 0,061 | 0,122 | 0,061 | 0,912 |
| $i$ 3 | Korenje | 107 | 1,819 | 0,043 | 0,182 | 0,070 | 0,567 |
| $i$ 4 | Krompir | 167 | 0,002 | 0,117 | 0,367 | 0,200 | 3,090 |
| $i$ 5 | Paradižnik | 172 | 0,227 | 0,073 | 0,194 | 0,112 | 1,217 |
| $i$ 6 | Solata | 75 | 0,160 | 0,075 | 0,045 | 0,041 | 0,274 |
| $i$ 7 | Blitva | 150 | 0,882 | 0,240 | 0,135 | 0,150 | 0,975 |
| $i$ 8 | Brokoli | 176 | 0,088 | 0,317 | 0,352 | 0,167 | 1,672 |
| $i$ 9 | Cvetača | 241 | 0,005 | 0,217 | 0,386 | 0,241 | 1,338 |
| $i$ 10 | Čebula | 77 | 0,003 | 0,077 | 0,250 | 0,112 | 0,489 |
| $i$ 11 | Česen | 6 | 0,001 | 0,005 | 0,012 | 0,012 | 0,036 |
| $i$ 12 | Grah | 97 | 0,052 | 0,170 | 0,116 | 0,371 | 2,493 |
| $i$ 13 | Kumara | 120 | 0,079 | 0,036 | 0,048 | 0,024 | 0,240 |
| $i$ 14 | Paprika | 84 | 0,058 | 0,034 | 0,143 | 0,042 | 0,213 |
| $i$ 15 | Por | 136 | 0,015 | 0,095 | 0,354 | 0,122 | 0,721 |
| $i$ 16 | Rdeča pesa | 99 | 0,002 | 0,032 | 0,045 | 0,025 | 0,245 |
| $i$ 17 | Repa | 152 | 0,018 | 0,076 | 0,122 | 0,061 | 1,018 |
| $i$ 18 | Zelje | 152 | 0,011 | 0,068 | 0,289 | 0,061 | 0,372 |

Tabela 18: Vsebnost hranljivih snovi v porciji zelenjave (nadaljevanje)

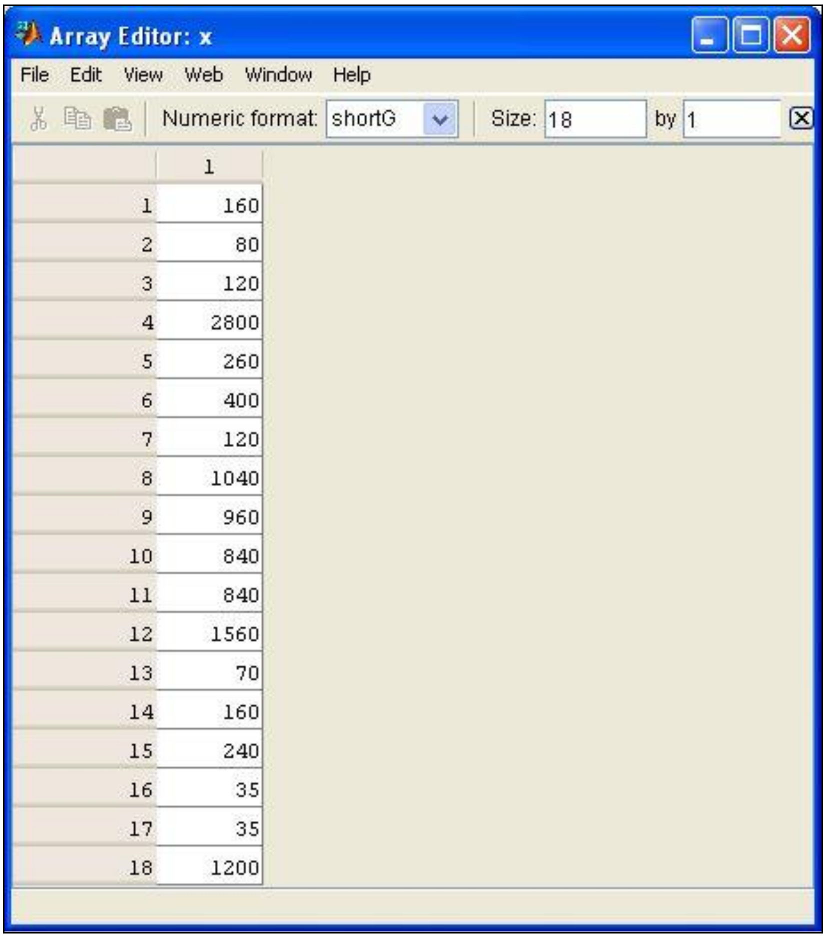
| $w_{ij}$ - Vsebnost hranljive snovi $j$ v zelenjavi $i$ [mg/porcijo živila] | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vrsta zelenjave $i$ | | Velikost porcije $p_i$ [g] | Vrsta hranljive novi $j$ | | | | | |
| | | | $j$ 6 | $j$ 7 | $j$ 8 | $j$ 9 | $j$ 10 | $j$ 0 |
| | | | Vitamin $B_5$ (pantotenska kislina) | Vitamin $B_7$ (biotin) | Vitamin C | Vitamin E | Folna kislina | Beljakovine |
| $i$ 1 | Buče / Bučke | 133 | 0,324 | 0,001 | 18,177 | 0,829 | 0,029 | 1729,000 |
| $i$ 2 | Jajčevec | 152 | 0,350 | 0,001 | 7,600 | 0,046 | 0,047 | 1884,800 |
| $i$ 3 | Korenje | 107 | 0,340 | 0,003 | 6,420 | 0,471 | 0,035 | 1264,473 |
| $i$ 4 | Krompir | 167 | 0,626 | 0,002 | 35,070 | 0,167 | 0,028 | 10020,000 |
| $i$ 5 | Paradižnik | 172 | 0,434 | 0,008 | 29,240 | 3,646 | 0,049 | 2580,000 |
| $i$ 6 | Solata | 75 | 0,304 | 0,001 | 8,625 | 0,518 | 0,069 | 1050,000 |
| $i$ 7 | Blitva | 150 | 0,255 | 0,001 | 58,500 | 2,250 | 0,045 | 1800,000 |
| $i$ 8 | Brokoli | 176 | 1,038 | 0,002 | 180,400 | 1,311 | 0,195 | 5297,600 |
| $i$ 9 | Cvetača | 241 | 1,856 | 0,003 | 147,010 | 0,217 | 0,301 | 4217,500 |
| $i$ 10 | Čebula | 77 | 0,470 | 0,012 | 18,865 | 0,470 | 0,045 | 962,500 |
| $i$ 11 | Česen | 6 | 0,009 | 0,001 | 0,840 | 0,006 | 0,001 | 66,000 |
| $i$ 12 | Grah | 97 | 0,883 | 0,003 | 51,410 | 1,494 | 0,151 | 8342,000 |
| $i$ 13 | Kumara | 120 | 0,408 | 0,001 | 9,600 | 0,072 | 0,032 | 840,000 |
| $i$ 14 | Paprika | 84 | 0,160 | 0,002 | 72,800 | 0,997 | 0,050 | 289,240 |
| $i$ 15 | Por | 136 | 0,190 | 0,002 | 13,600 | 0,721 | 0,140 | 3808,000 |
| $i$ 16 | Rdeča pesa | 99 | 0,111 | 0,001 | 12,128 | 0,040 | 0,046 | 3663,000 |
| $i$ 17 | Repa | 152 | 0,304 | 0,003 | 30,400 | 0,015 | 0,030 | 1064,000 |
| $i$ 18 | Zelje | 152 | 0,372 | 0,002 | 49,400 | 1,406 | 0,047 | 4560,000 |

Za 18 vrst zelenjave je število vseh omejitev, ki se nanašajo na porcije zelenjave in količine hranljivih snovi, 56. Ena se nanaša na skupno število vseh porcij zelenjave, 36 na mejno število porcij vseh vrst zelenjave, od katerih imamo za vsako vrsto zelenjave maksimalno in minimalno število porcij. 19 omejitev se nanaša na mejne vrednosti desetih obravnavanih hranljivih snovi, pri čemer smo upoštevali minimalne vrednosti vseh desetih snovi, maksimalne vrednosti pa samo za devet snovi, ker smo mejno vrednost ene snovi (vitamina C) utemeljeno zanemarili.

Privzeli smo, da je med možnimi rešitvami, ki določajo število porcij za posamezno vrsto zelenjave in zadovoljujejo vse prej navedene omejitve, optimalna tista rešitev, ki skupaj zagotavlja količino in vrsto zelenjave z največjo vsebnostjo hranljive snovi $j_0$. Kriterijsko funkcijo smo zapisali po enačbi (20):

$$H_0 = \sum_{i=1}^{18} (w_{ij_0} \cdot p_i \cdot X_i) \quad \rightarrow \max \tag{72}$$

Postopoma smo definirali kriterijsko funkcijo in omejitve ter jih zapisali v matrični obliki po pravilih, ki jih zahteva program Matlab. Kriterijsko funkcijo smo definirali kot vektor **f**, katerega koeficienti predstavljajo vsebnost kriterijske hranljive snovi na enoto porcije zelenjave in so zbrani v tabelah 17 in 18. Po izvedbi optimizacije smo za vsako obravnavano vrsto zelenjave dobili optimalno skupno letno število porcij, kot prikazuje slika 19.




| | 1 |
|---|---|
| 1 | 160 |
| 2 | 80 |
| 3 | 120 |
| 4 | 2800 |
| 5 | 260 |
| 6 | 400 |
| 7 | 120 |
| 8 | 1040 |
| 9 | 960 |
| 10 | 840 |
| 11 | 840 |
| 12 | 1560 |
| 13 | 70 |
| 14 | 160 |
| 15 | 240 |
| 16 | 35 |
| 17 | 35 |
| 18 | 1200 |

Slika 19: Optimalno število porcij obravnavanih vrst zelenjave

Z optimizacijskim postopkom smo dobili tudi minimalno vrednost kriterijske funkcije, ki znaša −60.034.168. Ker iščemo maksimalno vrednost te funkcije, upoštevamo absolutno vrednost dobljenega rezultata. Ta vrednost pomeni maksimalno količino hranljive snovi $j_0$ in znaša približno 60 kg letno (natančna izračunana vrednost je 60.034.168 mg).

Na osnovi optimalnega števila porcij vseh 18 vrst zelenjave smo za potrebe nadaljnjega reševanja po enačbi (21) izračunali potrebno letno količino teh vrst zelenjave. Obenem smo v programu Excel preverili tudi skupno količino hranljive snovi $j_0$ pri dobljenem optimalnem številu porcij obravnavanih vrst zelenjave. Dobljeni rezultati so prikazani v tabeli 19.

Tabela 19: Optimalna letna količina zelenjave za potrebe terapevtske skupnosti

| Vrsta zelenjave $i$ | | Letno število porcij $X_i$ | Velikost porcije $p_i$ [g] | Letna količina $Q_{ic}$ [g] | Letna količina $Q_{ic}$ [kg] | Vsebnost beljakovin $j_0$ na porcijo $w_{ij_0}$ [mg/porcija] | Skupna letna količina beljakovin $j_0$ $H_0$ [mg] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | 160 | 133 | 21.280 | 21,3 | 1729,00 | 276.640 |
| $i_2$ | Jajčevec | 80 | 152 | 12.160 | 12,2 | 1884,80 | 150.784 |
| $i_3$ | Korenje | 120 | 107 | 12.840 | 12,8 | 1264,47 | 151.737 |
| $i_4$ | Krompir | 2800 | 167 | 467.600 | 467,6 | 10020,00 | 28.056.000 |
| $i_5$ | Paradižnik | 260 | 172 | 44.720 | 44,7 | 2580,00 | 670.800 |
| $i_6$ | Solata | 400 | 75 | 30.000 | 30,0 | 1050,00 | 420.000 |
| $i_7$ | Blitva | 120 | 150 | 18.000 | 18,0 | 1800,00 | 216.000 |
| $i_8$ | Brokoli | 1040 | 176 | 183.040 | 183,0 | 5297,60 | 5.509.504 |
| $i_9$ | Cvetača | 960 | 241 | 231.360 | 231,4 | 4217,50 | 4.048.800 |
| $i_{10}$ | Čebula | 840 | 77 | 64.680 | 64,7 | 962,50 | 808.500 |
| $i_{11}$ | Česen | 840 | 6 | 5.040 | 5,0 | 66,00 | 55.440 |
| $i_{12}$ | Grah | 1560 | 97 | 151.320 | 151,3 | 8342,00 | 13.013.520 |
| $i_{13}$ | Kumara | 70 | 120 | 8.400 | 8,4 | 840,00 | 58.800 |
| $i_{14}$ | Paprika | 160 | 84 | 13.440 | 13,4 | 289,24 | 46.278 |
| $i_{15}$ | Por | 240 | 136 | 32.640 | 32,6 | 3808,00 | 913.920 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 35 | 99 | 3.465 | 3,5 | 3663,00 | 128.205 |
| $i_{17}$ | Repa | 35 | 152 | 5.320 | 5,3 | 1064,00 | 37.240 |
| $i_{18}$ | Zelje | 1200 | 152 | 182.400 | 182,4 | 4560,00 | 5.472.000 |
| **Maksimalna letna količina beljakovin $j_0$ [mg]** | | | | | | | **60.034.168,10** |

Iz tabele je razvidno, kolikšno količino beljakovin prispeva posamezna vrsta zelenjave k maksimalni skupni letni količini $H_0$, ki znaša približno 60 kg.

## 5.2 Iskanje optimalnega deleža pridelane zelenjave

V obravnavani terapevtski skupnosti običajno ne kupujejo zelenjave, temveč jedilnik prilagodijo tako, da za pripravo obrokov uporabijo samo pridelano zelenjavo. Oskrbo z zelenjavnimi živili smo optimirali upoštevajoč predhodno definirane zahteve prehranjevanja. Vključili smo tudi možnost nabave zelenjave s skupnim ciljem minimalnih stroškov oskrbe ob predpostavljenih omejitvah pridelave. Za vsako vrsto zelenjave nas je zato zanimalo, koliko naj je v terapevtski skupnosti pridelajo sami ob upoštevanju možnosti nabave, da zagotovijo oskrbo izračunanih optimalnih količin, podanih v tabeli 19.

Ker pridelujejo vse obravnavane vrste zelenjave, so hkrati tudi njihovi deleži pridelave večji od nič. Ob upoštevanju zmožnosti shrambe zelenjavnih živil, smo predpostavili zmožnost pridelave celotne zahtevane letne količine zelenjave. V terapevtski skupnosti pripravljajo obroke z raznovrstnimi živili, ki jih pridelajo. Poleg zelenjavnih živil vključujejo v svoje obroke tako tudi pester izbor mesa, kot je svinjina, govedina in perutnina, mlečne izdelke, kot so mleko, jogurt in sir, ter raznoliko sadje, kot so jabolka in kivi. Zato smo predpostavili, da ni potrebe po pridelavi večje količine zelenjave, kot je potrebna za zadovoljevanje predhodno obravnavanih zdravstvenih zahtev. Največji dovoljeni delež pridelane zelenjave je lahko ena, kar bi pomenilo 100% pridelavo. Minimalni in maksimalni delež pridelave sta tako prvi omejitvi, ki smo ju definirali pri iskanju optimalne količine pridelave. Po vrednosti sta enaka pri vseh vrstah zelenjave in jih je skupno 36. Omejitve minimalnih deležev pridelane količine smo definirali po neenačbi (25):

$$d_{ip} \geq 0, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{73}$$

Glede na obliko zapisa, ki jo zahteva Matlab, smo upoštevali spremenjeno obliko zapisa omejitev:

$$-d_{ip} \leq 0, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{74}$$

Po neenačbi (26) smo definirali maksimalne deleže pridelane količine zelenjave, pri katerih smo ohranili predznak koeficientov, ker oblika zapisa ustreza zahtevam:

$$d_{ip} \leq 1, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{75}$$

Poleg omejitev deleža smo upoštevali tudi omejitev razpoložljive pridelovalne površine, ki znaša 110 m$^2$. Na osnovi neenačbe (29) smo zato definirali omejitev razpoložljive pridelovalne površine:

$$\sum_{i=1}^{18} d_{ip}\left(\frac{Q_{ic}}{q_i}\right) < 110 \tag{76}$$

Tabela 20 podaja vrednosti koeficientov, ki smo jih uporabili pri zapisu matrike **A**, medtem ko predstavlja velikost razpoložljive površine neposredno vrednost koeficienta vektorja **b**.

Tabela 20: Koeficienti omejitve celotne razpoložljive pridelovalne površine

| Vrsta zelenjave $i$ | | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Pridelek $q_i$ vrste zelenjave $i$ [kg/m2] | Količnik $Q_{ic}/q_i$ zelenjave [m2] |
|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | 21,3 | 5,00 | 4,256 |
| $i_2$ | Jajčevec | 12,2 | 4,09 | 2,973 |
| $i_3$ | Korenje | 12,8 | 3,00 | 4,280 |
| $i_4$ | Krompir | 467,6 | 3,50 | 133,600 |
| $i_5$ | Paradižnik | 44,7 | 6,00 | 7,453 |
| $i_6$ | Solata | 30,0 | 2,50 | 12,000 |
| $i_7$ | Blitva | 18,0 | 1,00 | 18,000 |
| $i_8$ | Brokoli | 183,0 | 2,00 | 91,520 |
| $i_9$ | Cvetača | 231,4 | 4,80 | 48,200 |
| $i_{10}$ | Čebula | 64,7 | 2,50 | 25,872 |
| $i_{11}$ | Česen | 5,0 | 0,50 | 10,080 |
| $i_{12}$ | Grah | 151,3 | 1,38 | 109,652 |
| $i_{13}$ | Kumara | 8,4 | 8,00 | 1,050 |
| $i_{14}$ | Paprika | 13,4 | 1,00 | 13,440 |
| $i_{15}$ | Por | 32,6 | 5,00 | 6,528 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 3,5 | 2,00 | 1,733 |
| $i_{17}$ | Repa | 5,3 | 1,00 | 5,320 |
| $i_{18}$ | Zelje | 182,4 | 6,00 | 30,400 |

Terapevtska skupnost nam je posredovala tudi podatke o minimalni in maksimalni velikosti pridelovalne površine, ki bi jo bila pripravljena nameniti za pridelavo posamezne vrste zelenjave. Mejne velikosti so določili na osnovi dosedanje prakse pridelave in razpoložljivih sredstev za pridelavo. Te podatke smo uporabili pri določevanju dodatnih omejitev deležev pridelave. Zbrane in izračunane podatke in vrednosti izračunov podaja tabela 21.

Tabela 21: Podatki in koeficienti omejitev pridelovalne površine za vrste zelenjave

| Vrsta zelenjave $i$ | | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Pridelek $q_i$ vrste zelenjave $i$ [kg/m2] | Količnik $q_i / Q_{ic}$ zelenjave [1/m2] | Minimalna površina $A_{i\,min}$ vrste zelenjave $i$ [m2] | Minimalni delež $d_{ip\,min}$ vrste zelenjave $i$ | Maksimalna površina $A_{i\,max}$ vrste zelenjave $i$ [m2] | Maksimalni delež $d_{ip\,max}$ vrste zelenjave $i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | 21,3 | 5,00 | 0,235 | 3,0 | 0,705 | 30,0 | 7,049 |
| $i_2$ | Jajčevec | 12,2 | 4,09 | 0,336 | 2,0 | 0,673 | 20,0 | 6,727 |
| $i_3$ | Korenje | 12,8 | 3,00 | 0,234 | 2,0 | 0,467 | 20,0 | 4,673 |
| $i_4$ | Krompir | 467,6 | 3,50 | 0,007 | 5,0 | 0,037 | 20,0 | 0,150 |
| $i_5$ | Paradižnik | 44,7 | 6,00 | 0,134 | 5,0 | 0,671 | 20,0 | 2,683 |
| $i_6$ | Solata | 30,0 | 2,50 | 0,083 | 2,0 | 0,167 | 20,0 | 1,667 |
| $i_7$ | Blitva | 18,0 | 1,00 | 0,056 | 3,0 | 0,167 | 20,0 | 1,111 |
| $i_8$ | Brokoli | 183,0 | 2,00 | 0,011 | 3,0 | 0,033 | 20,0 | 0,219 |
| $i_9$ | Cvetača | 231,4 | 4,80 | 0,021 | 5,0 | 0,104 | 20,0 | 0,415 |
| $i_{10}$ | Čebula | 64,7 | 2,50 | 0,039 | 5,0 | 0,193 | 30,0 | 1,160 |
| $i_{11}$ | Česen | 5,0 | 0,50 | 0,099 | 5,0 | 0,496 | 30,0 | 2,976 |
| $i_{12}$ | Grah | 151,3 | 1,38 | 0,009 | 5,0 | 0,046 | 20,0 | 0,182 |
| $i_{13}$ | Kumara | 8,4 | 8,00 | 0,952 | 1,0 | 0,952 | 20,0 | 19,048 |
| $i_{14}$ | Paprika | 13,4 | 1,00 | 0,074 | 5,0 | 0,372 | 20,0 | 1,488 |
| $i_{15}$ | Por | 32,6 | 5,00 | 0,153 | 3,0 | 0,460 | 20,0 | 3,064 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 3,5 | 2,00 | 0,577 | 1,0 | 0,577 | 20,0 | 11,544 |
| $i_{17}$ | Repa | 5,3 | 1,00 | 0,188 | 1,0 | 0,188 | 20,0 | 3,759 |
| $i_{18}$ | Zelje | 182,4 | 6,00 | 0,033 | 5,0 | 0,164 | 20,0 | 0,658 |

Na osnovi podatkov o minimalnih površinah, ki bi jih v skupnosti namenili pridelavi posameznih vrst zelenjave, smo po neenačbi (32) definirali dodatne omejitve minimalnih deležev pridelave:

$$d_{ip} \geq \frac{A_{i\min} q_i}{Q_{ic}}, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{77}$$

Za potrebe linearnega programiranja v programu Matlab smo te omejitve ustrezno preoblikovali:

$$-d_{ip} \leq \frac{A_{i\min} q_i}{Q_{ic}}, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{78}$$

Na osnovi podatkov o maksimalnih površinah, ki bi jih bili v skupnosti pripravljeni nameniti pridelavi posamezne vrste zelenjave, smo po neenačbi (33) definirali tudi dodatne pogoje maksimalnih deležev, ki po obliki zapisa ustrezajo zahtevam programa in jih zato ni bilo potrebno preoblikovati:

$$d_{ip} \leq \frac{A_{i\max} q_i}{Q_{ic}}, \qquad i_1 \ldots i_{18} \tag{79}$$

Skupno število vseh omejitev je tako 73. Od tega se 36 omejitev nanaša na deleže pridelane zelenjave. Polovica določa minimalne deleže pridelave, ki definirajo izbor rastlin za pridelavo, polovica pa določa maksimalne deleže pridelave vseh 18 vrst zelenjave. Ena omejitev se nanaša na velikost celotne razpoložljive pridelovalne površine, ki jo imajo v terapevtski skupnosti na voljo za gojenje in pridelavo vseh vrst zelenjave. Dodatnih 36 omejitev pa preko deleža pridelave posredno določa mejne velikosti pridelovalnih površin namenjenih posamezni vrsti zelenjave. Od tega določa polovica minimalne, polovica pa maksimalne dovoljene velikosti pridelovalnih površin namenjene posamezni vrsti zelenjave. Za potrebe reševanja linearnega programiranja v programu Matlab, smo omejitve definirali z matriko **A** in vektorjem **b**.

Iščemo torej tako razmerje deležev pridelane in nabavljene količine zelenjave, ki bi zagotovilo letno najnižje stroške. Vrednosti koeficientov, ki so potrebni za zapis vektorja stroškovne funkcije, podaja tabela 22.

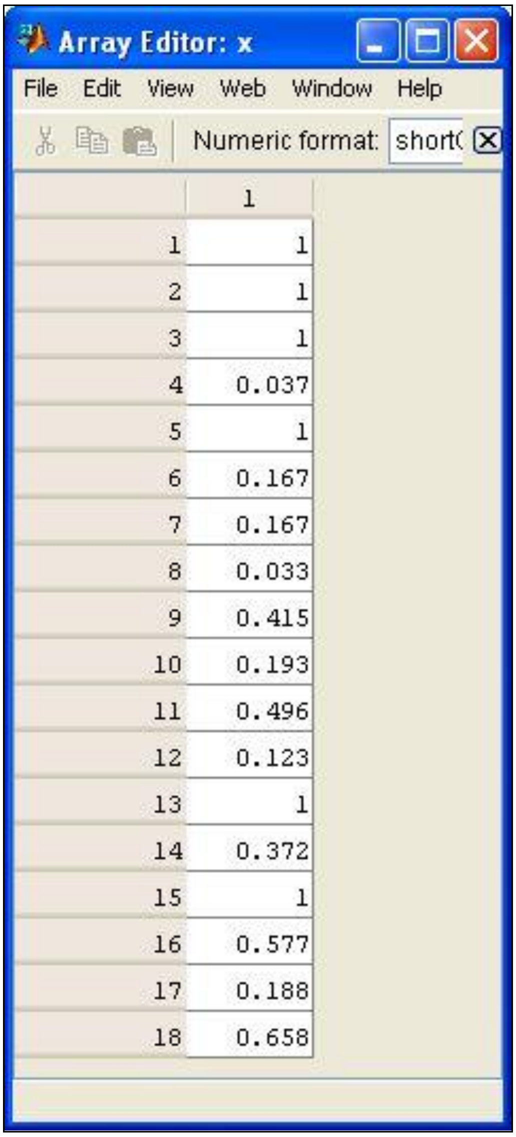
Tabela 22: Podatki o cenah in koeficienti stroškovne funkcije

| Vrsta zelenjave $i$ | | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Povprečna nabavna cena $c_{in}$ vrste zelenjave $i$ [EUR/kg] | Povprečna pridelovalna cena $c_{ip}$ vrste zelenjave $i$ [EUR/kg] | Koeficient $-Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ [EUR] |
|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | 21,3 | 1,78 | 0,06 | -36,490 |
| $i_2$ | Jajčevec | 12,2 | 2,58 | 0,25 | -28,302 |
| $i_3$ | Korenje | 12,8 | 1,15 | 0,04 | -14,319 |
| $i_4$ | Krompir | 467,6 | 0,71 | 0,04 | -310,158 |
| $i_5$ | Paradižnik | 44,7 | 1,88 | 0,07 | -80,790 |
| $i_6$ | Solata | 30,0 | 1,77 | 1,75 | -0,505 |
| $i_7$ | Blitva | 18,0 | 2,55 | 0,58 | -35,310 |
| $i_8$ | Brokoli | 183,0 | 2,26 | 1,40 | -158,025 |
| $i_9$ | Cvetača | 231,4 | 2,03 | 0,29 | -402,181 |
| $i_{10}$ | Čebula | 64,7 | 1,51 | 1,75 | 15,379 |
| $i_{11}$ | Česen | 5,0 | 5,49 | 0,21 | -26,569 |
| $i_{12}$ | Grah | 151,3 | 2,00 | 0,05 | -294,267 |
| $i_{13}$ | Kumara | 8,4 | 1,57 | 0,14 | -11,971 |
| $i_{14}$ | Paprika | 13,4 | 2,48 | 0,20 | -30,671 |
| $i_{15}$ | Por | 32,6 | 2,36 | 1,06 | -42,290 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 3,5 | 1,35 | 1,00 | -1,207 |
| $i_{17}$ | Repa | 5,3 | 0,86 | 0,01 | -4,511 |
| $i_{18}$ | Zelje | 182,4 | 0,86 | 0,24 | -112,991 |

Izmed dopustnih rešitev, ki zadovoljujejo vse omejitve, iščemo po enačbi (35) tisto rešitev, v kateri bo imela stroškovna funkcija najnižjo vrednost:

$$S_c = \sum_{i=1}^{18} -Q_{ic}(c_{in} - c_{ip})d_{ip} \rightarrow \min \tag{80}$$

Po izvedbi optimizacije je Matlab vrnil optimalne deleže pridelane zelenjave glede na potrebno letno količino, kot prikazuje slika 20.




Slika 20: Optimalni deleži pridelane količine zelenjave

Dobljena minimalna vrednost stroškovne funkcije, definirane po enačbi (35), znaša −537,45 in pomeni prihranek v višini 537,45 EUR, ki ga imamo v primeru optimalnega deleža pridelave zelenjave. Podatke za izračun minimalnih letnih stroškov pa podaja tabela 23.

Tabela 23: Podatki za izračun letnih stroškov pridelave in oskrbe z zelenjavo

| Vrsta zelenjave $i$ | | Koeficient $-Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ [EUR] | **REZULTAT** Delež pridelane zelenjave $d_{ip}$ | Produkt $-d_{ip}\cdot Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ [EUR] | Produkt $Q_{ic}\cdot c_{in}$ [EUR] | **Letni stroški** $Q_{ic}\cdot c_{in}$ $-d_{ip}\cdot Q_{ic}(c_{in}-c_{ip})$ $S_{ic}$ [EUR] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | -36,490 | 1 | -36,49 | 37,82 | 1,33 |
| $i_2$ | Jajčevec | -28,302 | 1 | -28,30 | 31,34 | 3,04 |
| $i_3$ | Korenje | -14,319 | 1 | -14,32 | 14,80 | 0,48 |
| $i_4$ | Krompir | -310,158 | 0,037 | -11,48 | 330,56 | 319,08 |
| $i_5$ | Paradižnik | -80,790 | 1 | -80,79 | 83,98 | 3,19 |
| $i_6$ | Solata | -0,505 | 0,167 | -0,08 | 53,00 | 52,92 |
| $i_7$ | Blitva | -35,310 | 0,167 | -5,90 | 45,81 | 39,91 |
| $i_8$ | Brokoli | -158,025 | 0,033 | -5,21 | 414,28 | 409,07 |
| $i_9$ | Cvetača | -402,181 | 0,415 | -166,91 | 469,66 | 302,76 |
| $i_{10}$ | Čebula | 15,379 | 0,193 | 2,97 | 97,81 | 100,78 |
| $i_{11}$ | Česen | -26,569 | 0,496 | -13,18 | 27,64 | 14,47 |
| $i_{12}$ | Grah | -294,267 | 0,123 | -36,19 | 302,14 | 265,94 |
| $i_{13}$ | Kumara | -11,971 | 1 | -11,97 | 13,19 | 1,22 |
| $i_{14}$ | Paprika | -30,671 | 0,372 | -11,41 | 33,36 | 21,95 |
| $i_{15}$ | Por | -42,290 | 1 | -42,29 | 76,91 | 34,62 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | -1,207 | 0,577 | -0,70 | 4,67 | 3,98 |
| $i_{17}$ | Repa | -4,511 | 0,188 | -0,85 | 4,58 | 3,73 |
| $i_{18}$ | Zelje | -112,991 | 0,658 | -74,35 | 155,95 | 81,60 |
| | | | **Skupaj:** | **-537,45** | **2.197,50** | **1.660,06** |

Iz tabele je razvidno, da predstavlja dobljena minimalna vrednost stroškovne funkcije le delni rezultat skupnih minimalnih stroškov in sicer prihranek, ki ga imamo s pridelavo. Celotni minimalni letni stroški za oskrbo z živili za vse člane komune znašajo 1.660,06 EUR, izračunali pa smo jih na osnovi optimalnega deleža, dobljenega z linearnim programiranjem, in zbranih podatkov po zapisu enačbe (34):

$$S_c = \sum_{i=1}^{18} Q_{ic}c_{in} - d_{ip}Q_{ic}(c_{in} - c_{ip}) \rightarrow \min \tag{81}$$

Z dobljenim optimalnim deležem pridelave, ki zagotavlja minimalne stroške, smo tako rešili podproblem optimalnega razmerja pridelane in nabavljene zelenjave, podatke dobljenih rešitev pa smo uporabili v naslednjem poglavju za obrazložitev optimalnega načina oskrbe in primerjavo tega z načinom, ki je bil doslej v praksi v terapevtski skupnosti.

# 6 VREDNOTENJE REZULTATOV

V tem poglavju ovrednotimo rezultate optimizacije oskrbe z zelenjavnimi živili v terapevtski skupnosti. Ključne rezultate smo primerjali s podatki skupnosti o dosedanji praksi pridelovanja.

Cilj optimizacije je določiti tako oskrbo z zelenjavo, ki bo ob upoštevanju zahtev zdravega prehranjevanja zagotavljala najnižje letne stroške. V nadaljevanju so zato najprej navedeni in ovrednoteni rezultati reševanja drugega podproblema z vidika stroškov oskrbe z zelenjavo. Obenem je navedena tudi izkoriščenost razpoložljive pridelovalne površine, ki jo predpostavljata izračunana optimalna oskrba in dejanska oskrba v terapevtski skupnosti. Nazadnje so ovrednoteni tudi rezultati z vidika zdravega prehranjevanja na osnovi zahtev in omejitev vsebnosti hranljivih snovi.

## 6.1 Vrednotenje rezultatov po kriteriju stroškov oskrbe z zelenjavo in izkoriščenosti pridelovalne površine

Z namenom, da bi bolj pregledno prikazali dobljeno optimalno strukturo stroškov oskrbe, smo podatke, ki se nanašajo na optimalna deleža pridelane in nabavljene zelenjave, prikazali ločeno. Ključne rezultate prikazujeta tabeli 24 in 25.

V tabeli 24 so razvidne izračunane celotne količine za posamezne vrste zelenjave, ki jih v skupnosti letno potrebujejo. Z dobljenim optimalnim deležem pridelave so podane predvidene optimalne količine zelenjave, ki naj bi jo v skupnosti pridelovali. Na osnovi podatkov o povprečnem pridelku na enoto površine iz tabele 21 so v tabeli 24 podane tudi predvidene pridelovalne površine za posamezne vrste zelenjave. Na osnovi teh podatkov smo izračunali optimalno skupno velikost pridelovalne površine, ki znaša 110 $m^2$, kar predstavlja 100% izkoriščenost razpoložljive pridelovalne površine. Izračunali smo tudi predvidene optimalne letne stroške pridelave, ki znašajo 146,24 EUR.

Tabela 24: Ključni rezultati optimizacije pridelave zelenjave

| Vrsta zelenjave $i$ | | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Povprečna pridelovalna cena $c_{ip}$ vrste zelenjave $i$ [EUR/kg] | **REZULTAT** Delež pridelane zelenjave $d_{ip}$ | Letna količina pridelane zelenjave $Q_{ip}$ [kg] | Predvidena pridelovalna površina $A_i$ [m2] | **Stroški pridelave** $S_{ip}$ [EUR] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | 21,3 | 0,06 | 1 | 21,280 | 4,3 | 1,33 |
| $i_2$ | Jajčevec | 12,2 | 0,25 | 1 | 12,160 | 3,0 | 3,04 |
| $i_3$ | Korenje | 12,8 | 0,04 | 1 | 12,840 | 4,3 | 0,48 |
| $i_4$ | Krompir | 467,6 | 0,04 | 0,037 | 17,301 | 4,9 | 0,75 |
| $i_5$ | Paradižnik | 44,7 | 0,07 | 1 | 44,720 | 7,5 | 3,19 |
| $i_6$ | Solata | 30,0 | 1,75 | 0,167 | 5,010 | 2,0 | 8,77 |
| $i_7$ | Blitva | 18,0 | 0,58 | 0,167 | 3,006 | 3,0 | 1,75 |
| $i_8$ | Brokoli | 183,0 | 1,40 | 0,033 | 6,040 | 3,0 | 8,46 |
| $i_9$ | Cvetača | 231,4 | 0,29 | 0,415 | 96,014 | 20,0 | 28,00 |
| $i_{10}$ | Čebula | 64,7 | 1,75 | 0,193 | 12,483 | 5,0 | 21,85 |
| $i_{11}$ | Česen | 5,0 | 0,21 | 0,496 | 2,500 | 5,0 | 0,53 |
| $i_{12}$ | Grah | 151,3 | 0,05 | 0,123 | 18,612 | 13,5 | 0,97 |
| $i_{13}$ | Kumara | 8,4 | 0,14 | 1 | 8,400 | 1,1 | 1,22 |
| $i_{14}$ | Paprika | 13,4 | 0,20 | 0,372 | 5,000 | 5,0 | 1,00 |
| $i_{15}$ | Por | 32,6 | 1,06 | 1 | 32,640 | 6,5 | 34,62 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 3,5 | 1,00 | 0,577 | 1,999 | 1,0 | 2,00 |
| $i_{17}$ | Repa | 5,3 | 0,01 | 0,188 | 1,000 | 1,0 | 0,01 |
| $i_{18}$ | Zelje | 182,4 | 0,24 | 0,658 | 120,019 | 20,0 | 28,27 |
| | | | | | **Skupaj:** | **110,0** | **146,24** |

Tabela 25 prikazuje podatke, ki so vezani na optimalno količino nabavljene zelenjave in z njo povezanimi stroški. Z dobljenimi optimalnimi deleži pridelave smo po enačbi (23) izračunali optimalni delež nabavljene zelenjave za posamezno vrsto zelenjave. Na osnovi tega smo izračunali letno količino vsake zelenjave, ki naj bi jo v skupnosti letno dokupili. Ob upoštevanju cene nabavljene zelenjave smo izračunali predvidene preostale stroške nabave zelenjavnih živil, ki znašajo 1.513,82 EUR.

Tabela 25: Ključni rezultati optimizacije nabave zelenjave

| Vrsta zelenjave $i$ | | Potrebna letna količina $Q_{ic}$ vrste zelenjave $i$ [kg] | Povprečna nabavna cena $c_{in}$ vrste zelenjave $i$ [EUR/kg] | **REZULTAT** Delež nabavljene zelenjave $d_{in}$ | Letna količina nabavljene zelenjave $Q_{in}$ [kg] | **Stroški nabave** $S_{in}$ [EUR] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | 21,3 | 1,78 | | | |
| $i_2$ | Jajčevec | 12,2 | 2,58 | | | |
| $i_3$ | Korenje | 12,8 | 1,15 | | | |
| $i_4$ | Krompir | 467,6 | 0,71 | 0,963 | 450,299 | 318,33 |
| $i_5$ | Paradižnik | 44,7 | 1,88 | | | |
| $i_6$ | Solata | 30,0 | 1,77 | 0,833 | 24,990 | 44,15 |
| $i_7$ | Blitva | 18,0 | 2,55 | 0,833 | 14,994 | 38,16 |
| $i_8$ | Brokoli | 183,0 | 2,26 | 0,967 | 177,000 | 400,61 |
| $i_9$ | Cvetača | 231,4 | 2,03 | 0,585 | 135,346 | 274,75 |
| $i_{10}$ | Čebula | 64,7 | 1,51 | 0,807 | 52,197 | 78,93 |
| $i_{11}$ | Česen | 5,0 | 5,49 | 0,504 | 2,540 | 13,93 |
| $i_{12}$ | Grah | 151,3 | 2,00 | 0,877 | 132,708 | 264,97 |
| $i_{13}$ | Kumara | 8,4 | 1,57 | | | |
| $i_{14}$ | Paprika | 13,4 | 2,48 | 0,628 | 8,440 | 20,95 |
| $i_{15}$ | Por | 32,6 | 2,36 | | | |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 3,5 | 1,35 | 0,423 | 1,466 | 1,98 |
| $i_{17}$ | Repa | 5,3 | 0,86 | 0,812 | 4,320 | 3,72 |
| $i_{18}$ | Zelje | 182,4 | 0,86 | 0,342 | 62,381 | 53,34 |
| | | | | | **Skupaj:** | **1.513,82** |

Iz podatkov smo po enačbi (34) izračunali minimalne celotne letne stroške oskrbe, ki znašajo 1.660,08 EUR. V tabeli 26 je prikazana struktura stroškov pri optimalni oskrbi z zelenjavo, informativno pa smo izračunali in navedli tudi podatek o tem, koliko stroškov letno bi imeli, če bi celotno letno količino zelenjave, ki jo narekuje zdravo prehranjevanje, v celoti pridelali ali v celoti nabavili.

Tabela 26: Struktura stroškov oskrbe z zelenjavo

| NAČIN OSKRBE | | OPTIMALNA OSKRBA | | | PRIDELAVA | NABAVA |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Vrsta zelenjave *i* | | **Stroški pridelave** $S_{ip}$ [EUR] | **Stroški nabave** $S_{in}$ [EUR] | **REZULTAT** Skupni letni stroški oskrbe $S_c$ [EUR] | Stroški pridelave celotne količine $S_c$ [EUR] | Stroški nabave celotne količine $S_c$ [EUR] |
| $i_1$ | Buče / Bučke | 1,33 | | 1,33 | 1,33 | 37,82 |
| $i_2$ | Jajčevec | 3,04 | | 3,04 | 3,04 | 31,34 |
| $i_3$ | Korenje | 0,48 | | 0,48 | 0,48 | 14,80 |
| $i_4$ | Krompir | 0,75 | 318,33 | 319,08 | 20,40 | 330,56 |
| $i_5$ | Paradižnik | 3,19 | | 3,19 | 3,19 | 83,98 |
| $i_6$ | Solata | 8,77 | 44,15 | 52,92 | 52,50 | 53,00 |
| $i_7$ | Blitva | 1,75 | 38,16 | 39,91 | 10,50 | 45,81 |
| $i_8$ | Brokoli | 8,46 | 400,61 | 409,07 | 256,26 | 414,28 |
| $i_9$ | Cvetača | 28,00 | 274,75 | 302,76 | 67,48 | 469,66 |
| $i_{10}$ | Čebula | 21,85 | 78,93 | 100,78 | 113,19 | 97,81 |
| $i_{11}$ | Česen | 0,53 | 13,93 | 14,47 | 1,08 | 27,64 |
| $i_{12}$ | Grah | 0,97 | 264,97 | 265,94 | 7,87 | 302,14 |
| $i_{13}$ | Kumara | 1,22 | | 1,22 | 1,22 | 13,19 |
| $i_{14}$ | Paprika | 1,00 | 20,95 | 21,95 | 2,69 | 33,36 |
| $i_{15}$ | Por | 34,62 | | 34,62 | 34,62 | 76,91 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 2,00 | 1,98 | 3,98 | 3,47 | 4,67 |
| $i_{17}$ | Repa | 0,01 | 3,72 | 3,73 | 0,06 | 4,58 |
| $i_{18}$ | Zelje | 28,27 | 53,34 | 81,60 | 42,96 | 155,95 |
| | **Skupaj:** | **146,24** | **1.513,82** | **1.660,06** | 622,33 | 2.197,50 |

Iz tabele je razvidna struktura minimalnih letnih stroškov oskrbe, ki znašajo 1.660,06 EUR. Ugotovili smo, da se skupni minimalni stroški, dobljeni na osnovi podatkov iz tabele 26, ne razlikujejo od stroškov dobljenih z rezultatom linearnega programiranja, predstavljenih v tabeli 23.

Dobljene rezultate smo primerjali s podatki o načinu in stroških oskrbe, ki jo imajo v terapevtski skupnosti in jih podaja tabela 27.

Tabela 27: Dejanski stroški oskrbe z zelenjavo

| Vrsta zelenajve $i$ | | Povprečna pridelovalna površina $A_i$ [m2] | Povprečna letna količina pridelka $Q_{ip}$ [kg] | **Stroški pridelave** $S_{ip}$ [EUR] | Povprečna nabavljena letna količina $Q_{in}$ [kg] | **Stroški nabave** $S_{in}$ [EUR] | **Skupni letni stroški oskrbe** $S_c$ [EUR] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_1$ | Buče / Bučke | 10 | 50,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_2$ | Jajčevec | 5 | 20,45 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_3$ | Korenje | 2 | 6,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_4$ | Krompir | 20 | 70,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_5$ | Paradižnik | 10 | 60,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_6$ | Solata | 5 | 12,50 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_7$ | Blitva | 5 | 5,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_8$ | Brokoli | 1 | 2,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_9$ | Cvetača | 3 | 14,40 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{10}$ | Čebula | 5 | 12,50 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{11}$ | Česen | 5 | 2,50 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{12}$ | Grah | 3 | 4,14 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{13}$ | Kumara | 5 | 40,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{14}$ | Paprika | 5 | 5,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{15}$ | Por | 5 | 25,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{16}$ | Rdeča pesa | 5 | 10,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{17}$ | Repa | 1 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $i_{18}$ | Zelje | 5 | 30,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| | **Skupaj:** | **100,0** | | **0,00** | | **0,00** | **0,00** |

Na osnovi podatkov o velikosti pridelovalnih površin, ki jih v skupnosti povprečno uporabijo za pridelavo posameznih vrst zelenjave, smo izračunali izkoriščenost razpoložljive pridelovalne površine. Skupna velikost obdelane površine je 100 $m^2$, kar predstavlja 90,9% izkoriščenost razpoložljive površine.

Iz podatkov je razvidno tudi, da v terapevtski skupnosti sploh nimajo stroškov. Nabavnih stroškov nimajo zato, ker uporabljajo za pripravo obrokov izključno zelenjavo, ki jo pridelujejo sami. Stroškov pridelave pa ne zato, ker uporabljajo za sejanje samo semena in gomolje, ki jih predhodno leto skrbno sortirajo in shranijo sami in jih zato ni potrebno kupovati. Poleg tega sta zastonj delovna sila in delovna sredstva, s katerimi že razpolagajo. Zelenjavo, ki je ne zmorejo pridelati sami, pa dobijo pogosto v dar, tako da v vsakem primeru zmorejo zagotoviti pridelek v zadostnih količinah oziroma za zadostno število obrokov.

Če stroškovno primerjamo rezultate oskrbe, ki smo jih dobili z optimizacijo in so podani v tabeli 26, z rezultati oskrbe terapevtske skupnosti, ki so podani v tabeli 27, ugotovimo, da je s stroškovnega vidika zagotovo njihov način oskrbe z zelenjavnimi živili boljši, čeravno ne izkoriščajo 100% razpoložljive pridelovalne površine.

## 6.2 Vrednotenje rezultatov po kriteriju vsebnosti hranljivih snovi

Z namenom, da bi ugotovili, ali je popolna izkoriščenost razpoložljive površine nujna, smo preverili, v kolikšni meri zagotavlja pridelana količina zelenjave v skupnosti količine hranljivih snovi, ki so potrebne za zdravo prehranjevanje. Preverili smo tudi količino beljakovin, za katero želimo, da je čim večja. Ključne rezultate optimizacije števila porcij, zbrane v tabeli 19, smo primerjali s podatki oskrbe z zelenjavo v terapevtski skupnosti iz tabele 27. Podatki za primerjavo so zbrani v tabeli 28.

Tabela 28: Primerjava količin hranljivih snovi

| Vrsta hranljive snovi *j* | | Minimalna skupna letna količina za $N_o$ oseb s kritjem $r_{min}$ 30% $H_{j\,min}$ [mg] | Maksimalna skupna letna količina za $N_o$ oseb s kritjem $r_{max}$ 70% $H_{j\,max}$ [mg] | Količina hranljivih snovi v optimalni preskrbi [mg] | Količina hranljivih snovi v pridelku skupnosti [mg] |
|---|---|---|---|---|---|
| $j_1$ | Vitamin A (retinol) | **131,4** | **1.642,5** | 709,4 | 381,7 |
| $j_2$ | Vitamin $B_2$ (riboflavin) | **262,8** | **3.942,0** | 1.417,9 | 227,6 |
| $j_3$ | Vitamin $B_6$ (piridoksin) | **328,5** | **4.599,0** | 2.796,0 | 606,2 |
| $j_4$ | Vitamin $B_1$ (tiamin) | **230,0** | **3.285,0** | 1.860,1 | 298,4 |
| $j_5$ | Vitamin $B_3$ (niancin) | **2.956,5** | **32.850,0** | 17.527,1 | 2.875,3 |
| $j_6$ | Vitamin $B_5$ (pantotenska kislina) | **985,5** | **16.425,0** | 7.340,8 | 1.168,5 |
| $j_7$ | Vitamin $B_7$ (biotin) | **24,1** | **328,5** | 31,2 | 8,2 |
| $j_8$ | Vitamin C | **9.855,0** | | 622.404,9 | 74.152,4 |
| $j_9$ | Vitamin E | **1.642,5** | **32.850,0** | 8.413,9 | 2.515,3 |
| $j_{10}$ | Folna kislina | **32,9** | **438,0** | 1.007,4 | 149,4 |
| $j_0$ | **Beljakovine** | | | **60.034.168** | **9.435.692** |

Iz optimalne količine posameznih vrst zelenjave iz tabele 19 in predvidene pridelane količine zelenjave v skupnosti, podane v tabeli 27, smo glede na vsebnosti hranljivih snovi, ki so podane v tabelah 15 in 16, izračunali skupno količino vsake hranljive snovi, ki jo letna količina zelenjave zagotavlja.

Iz tabele 28 je razvidno, da je pri optimalni oskrbi skupna količina vseh hranljivih snovi znotraj predpostavljenih meja. Oskrba z zelenjavo v terapevtski skupnosti pa ne zagotavlja minimalnih letnih količin treh hranljivih snovi.

Glede skupnih letnih količin beljakovin ugotavljamo, da jih optimalna količina zelenjave zagotavlja šestkrat večjo količino kot pridelek terapevtske skupnosti. V obeh primerih pa je skupna količina beljakovin zelo nizka. To ne preseneča, saj je znano, da so glavni vir beljakovin mesni in mlečni izdelki, zelenjavna živila jih na splošno vsebujejo v zelo skromnih količinah. Ob upoštevanju sestave jedilnika terapevtske skupnosti, ki predvideva uživanje mesa dvakrat do trikrat tedensko, pa je zagotovljena tudi zadostna količina beljakovin. Kljub temu pa lahko z načinom oskrbe, ki ga narekuje dobljena optimalna rešitev prvega podproblema, zagotovimo hkrati maksimalni delež beljakovin tudi s strani zelenjavnih živil.

# 7 UGOTOVITVE IN NADALJNJE DELO

Na osnovi primerjave in vrednotenja optimalne in dejanske oskrbe z zelenjavnimi živili podajamo v tem poglavju mnenje in predloge za izboljšanje oskrbe v obravnavani terapevtski skupnosti. Pri zbiranju podatkov za optimizacijo smo se soočili z določenimi posebnostmi pridelave v terapevtski skupnosti, ki v formulaciji problema niso zajete, so pa za reševanje bistvenega pomena. Na osnovi teh navajamo tudi predloge izboljšave formulacije problema. Ker smo ugotovili potencialno uporabnost zasnovanega matematičnega modela problema, podajamo tudi nekaj izboljšav, ki bi omogočile uporabo modela pri reševanju optimizacijskih problemov na drugih področjih.

## 7.1 Ugotovitve na osnovi vrednotenja rezultatov

Na osnovi primerjave optimalnega načina oskrbe z zelenjavnimi živili, ki smo ga izračunali v poglavju 5, s podatki dejanskega načina oskrbe v terapevtski skupnosti ugotavljamo naslednje. Stroškovno gledano je oskrba z zelenjavo v terapevtski skupnosti optimalna, ne zadošča pa zahtevam zdravega prehranjevanja. Predlagamo, da v terapevtski skupnosti ponovno preverijo vsa živila in njihovo vsebnost tistih hranljivih snovi, pri katerih minimalna letna količina ni zagotovljena v deležu, ki smo ga predpostavili za zdravo prehranjevanje. V kolikor z ustrezno pripravo obrokov ni možno zagotoviti zadovoljive količine uživanja teh snovi, priporočamo uporabo prehranskih dopolnil. Za ugotovljeni delež neizkoriščene razpoložljive pridelovalne površine predlagamo oceno možnosti zasaditve zelenjavnih vrst z visoko vsebnostjo hranljivih snovi, pri katerih oskrba ne zagotavlja zahtevanih minimalnih količin.

Vsekakor smatramo, da bi bil najhitrejši in najučinkovitejši način, kako določiti optimalno pridelavo zelenjave v terapevtski skupnosti, ponovna optimizacija, vendar tokrat na osnovi nove formulacije problema ter novega matematičnega modela, ki bi bil prilagojen izrecno potrebam, zahtevam in zmožnostim skupnosti. Ugotovili smo namreč, da je potrebno kljub osnovni zasnovi matematičnega modela tega vselej še dodatno prilagajati potrebam uporabnika, za katerega izvajamo optimizacijo.

Na osnovi rezultatov optimizacije in ugotovitev smo z odgovornim v terapevtski skupnosti prišli do naslednjega zaključka. Dokler ostajajo zahteve in potrebe oskrbe z zelenjavnimi živili nespremenjene in brez stroškov, dosedanjega načina prehrane in pridelave nima smisla spreminjati, saj se doslej še niso soočili z nobenimi težavami. Zaradi skromnih finančnih sredstev, s katerimi razpolagajo, se na vseh področjih znotraj terapevtske skupnosti trudijo optimalno izkoristiti razpoložljiva sredstva. Prepričani pa so, da bi bila optimizacijska metoda, uporabljena v tej študiji, koristen način iskanja rešitve, v kolikor bi se pojavil problem spreminjanja načina prehrane.

## 7.2 Možnosti za izboljšavo formalne opredelitve problema oskrbe z zelenjavnimi živili

Na rezultatih reševanja realnega problema optimizacije oskrbe lahko vidimo, da je pri tako skromnih kapacitetah in potrebah prihranek pri stroških zelo majhen. Sklepamo pa, da bi bila korist pri tovrstni optimizaciji izrazitejša v primeru potreb po oskrbi z zelenjavo večjega števila oseb ali pri večjih pridelovalnih površinah.

Sicer smo pri izvedbi optimizacije na realnem primeru terapevtske skupnosti prepoznali tudi nekaj posebnih značilnosti oskrbe z zelenjavo, za katere smatramo, da bi jih bilo potrebno vključiti v formulacijo matematičnega modela. V nadaljevanju predstavljamo le eno takšno značilnost in sicer kolobarjenje. Kolobarjenje pomeni sajenje različnih zelenjavnih vrst na različne dele pridelovalne površine, s čimer želimo kar najbolje izkoristiti rastni prostor in pridelati veliko kakovostne in zdrave zelenjave. S kolobarjenjem lahko po tem, ko neko vrsto zelenjave oberemo, prosto pridelovalno površino ustrezno pripravimo in nanjo zasadimo drugo vrsto zelenjave. Za to so primerne samo tiste zelenjavne vrste, pri katerih čas sajenja oziroma sejanja sovpada s časom obiranja prve vrste zelenjave. V kolikor take vrste zelenjave pridelujemo, je potrebno zasnovani matematični model prilagoditi. Težava nastane v formulaciji omejitve po neenačbi (27), ki za primer takega gojenja ne ustreza več.

Eden od načinov premostitve težave je naslednji. Zelenjavo, ki jo nameravamo pridelovati, razvrstimo v skupine. V isto skupino uvrstimo tiste vrste zelenjave, ki jih sadimo ali sejemo ob istem času oziroma v takem časovnem razmiku, v katerem nobena izmed zelenjavnih vrst katerekoli druge skupine še ne dozori. Vsem tem vrstam je skupno to, da moramo imeti zanje pripravljeno pridelovalno površino ob približno istem času. Pomembno je, da pred formulacijo omejitve za neko skupino zelenjavnih vrst po neenačbi (27) vsakokrat posebej preverimo proste pridelovalne površine, ki bodo v danem času na razpolago. S tem nadomestimo v zasnovanem matematičnem modelu eno omejitev s tolikšnim številom istopomenskih omejitev, kolikor imamo skupin zelenjavnih vrst. V nadaljevanju opisujemo primer tovrstne modifikacije matematičnega modela:

Na razpoložljivi površini $A$ načrtujemo pridelavo petih vrst rastlin $i_1$, $i_2$, $i_3$, $i_4$ in $i_5$, katerih pridelovalne površine smo označili z $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$, in $a_5$. Spomladi sadimo istočasno zelenjavo $i_1$ in $i_2$. Ko zelenjavo $i_1$ oberemo, posadimo še dve vrsti in sicer $i_3$ in $i_4$. Zadnjo $i_5$ posadimo, ko oberemo prvo $i_1$, v tem času pa je dozorela in smo obrali tudi četrto vrsto zelenjave $i_4$. Zato je tudi njena površina na voljo.

Na osnovi časovnega razporeda lahko sklepamo, da imamo opraviti s tremi skupinami $S$ zelenjavnih vrst, za katere smo ločeno napisali omejitev razpoložljive pridelovalne površine.

V prvo skupino $S_1$ smo uvrstili vrsti zelenjave $i_1$ in $i_2$, ker ju sadimo istočasno in imata na razpolago celotno pridelovalno površino $A$:

$$a_1 + a_2 < A \tag{82}$$

Zelenjava $i_2$ dozori prej, jo prej obiramo in se zato njena pridelovalna površina $a_2$ prva sprosti. V drugo skupino $S_2$ spadata vrsti zelenjave $i_3$ in $i_4$, ki imata na voljo samo prosto pridelovalno površino $a_2$ obrane druge vrste zelenjave $i_2$:

$$a_3 + a_4 < a_2 \tag{83}$$

V tretjo skupino $S_3$ spada ena sama, peta vrsta zelenjave $i_5$, za katero imamo na voljo skupno prosto površino, na kateri smo predhodno že obrali vrsti zelenjave $i_1$ in $i_4$:

$$a_5 < a_1 + a_4 \tag{84}$$

Opisano možnost obravnave kolobarjenja bo potrebno še preveriti in po potrebi izpopolniti.

Kljub različnim modifikacijam, ki jih lahko uporabimo na matematičnem modelu z namenom, da dobimo celovitejšo rešitev, moramo le tega še vedno reševati z linearnim programiranjem. Zasnovani problem optimizacije oskrbe z zelenjavo je zato razčlenjen na dva podproblema. Isti problem pa lahko definiramo tudi večkriterijsko. Podproblema letnega števila porcij in deleža pridelane zelenjave tako rešujemo v enem koraku, pri čemer hkrati upoštevamo oba optimizacijska kriterija. V te namene so na razpolago druge metode reševanja in programi, ki te metode podpirajo. Zlasti sodobne stohastične metode omogočajo reševanje širšega nabora problemov z večjim številom kriterijev in omejitev, vključno s pogojnimi omejitvami. Z njihovo uporabo bi se lahko lotili reševanja splošnejših problemov.

## 7.3 Možnosti razširitve matematičnega modela problema

Zasnovani matematični model optimizacijskega problema ponuja veliko možnosti nadgradnje v odvisnosti od potreb in zahtev posameznika ali organizacije. V nadaljevanju podajamo nekaj možnih prilagoditev modela z različnimi cilji in zaradi različnih zahtev, ki so vezane na uporabo optimizacije v zdravstvene namene, namene zagotavljanja največjega možnega dobička pri dejavnosti pridelave zelenjave, za regulacijo parametrov pri gojenju in pridelavi zelenjave v klimatsko nadzorovanih rastlinjakih, pri uporabi optimizacije v urbanistične namene ter v namene iskanja optimalne strukture zmesi in optimalnega načina pridobivanja.

Za bolnike, ki imajo na primer težave z ledvicami, je zelo pomemben omejen vnos kalija, ki običajno ne sme presegati določene dnevne količine. V ta namen lahko problem definiramo tako, da vključimo omejitev maksimalne količine kalija ali pa tako, da poiščemo tako kombinacijo zelenjave in količin, da bo skupna količina kalija minimalna. Podobno velja za bolnike s sladkorno boleznijo, ki morajo paziti na ustrezen vnos ogljikovih hidratov in sladkorja. Podobno velja tudi za ostale bolezni in težave, pri katerih mora biti bolnik pozoren na zaužite količine določenih hranljivih snovi, bodisi ker je potrebno zaužite količine omejiti ali pa nujno zagotoviti.

Za vrtnarije in druga podjetja, ki se ukvarjajo z gojenjem, pridelavo in prodajo zelenjave, so zelo pomembni dejavniki povpraševanje, cene pridelave in prodajne cene. Z vključitvijo teh elementov lahko definiramo optimizacijski problem tako, da poiščemo tako količino in kombinacijo zelenjave, ki bosta zagotavljali največji dobiček pri prodaji.

V primeru gojenja in pridelovanja zelenjave v zaprtih, klimatsko nadzorovanih prostorih lahko definiramo problem optimalnih klimatskih parametrov, ki bi zagotavljali rast čim večjega števila različnih rastlin v določenem času. Lahko pa za dane klimatske pogoje poiščemo optimalno kombinacijo rastlin.

Umetne pogozditve izvajajo z namenom odpravljanja posledic požarov, ki prizadenejo in uničijo večjo gozdno površino, z namenom urejanja urbanistične okolice ali z namenom protivetrne zaščite. Izbira vrst in količina dreves je odvisna od tega, ali želimo, da se površina čim prej razraste, od klimatskih pogojev, prsti in finančnih sredstev. Na osnovi navedenih elementov bi lahko definirali problem tako, da bi njegova rešitev podala optimalno kombinacijo dreves za saditev ob upoštevanju zahtev in možnosti.

Značilnosti strukture vsake vrste snovi so bistvenega pomena pri njeni uporabi. Pomembne so fizikalne, kemijske, biološke in druge lastnosti, odvisno od namena uporabe. V procesih pridobivanja mešanic snovi je zelo pomembna izbira njenih sestavin. To velja tako za mešanice tekočin, trdnih snovi ali plinov. Količina in vrsta posameznih sestavin namreč določa končne lastnosti materiala. Zasnovani matematični model prvega podproblema bi lahko bil dobra osnova za iskanje optimalne strukture glede na posebnosti uporabe. Zasnovani model drugega podproblema pa bi lahko bil osnova za iskanje optimalnega načina pridobivanja te optimalne strukture, v kolikor za to obstaja več načinov. Vsekakor bi lahko bil model uporaben tako na področju metalurgije, farmacije, kemije in drugih ved, ki se ukvarjajo z umetnim pridobivanjem namenskih snovi in materialov.

Navedli smo le nekaj idej za nadgradnjo, ki so se nam porodile na osnovi skromnega poznavanja optimizacijskih problemov na različnih področjih. Prepričani pa smo, da lahko vsak uporabnik pripomore k razvoju vsestransko uporabnih optimizacijskih modelov, saj lahko vsak s svojega področja prispeva koristno idejo, bodisi na osnovi znanja in izkušenj ali pa s svojo inovativnostjo in iznajdljivostjo.

# 8 ZAKLJUČEK

V magistrskem delu smo predstavili možnost zniževanja stroškov stroške oskrbe z zelenjavnimi živili, ki je eno izmed stroškovnih mest, na katere lahko vplivamo. Poudarili smo pomen in prednosti optimizacije ter navedli načine in metode reševanja optimizacijskih problemov. Obravnavani optimizacijski problem oskrbe z zelenjavnimi živili smo razčlenili na dva podproblema in zanju zasnovali matematična modela tako, da ju je možno rešiti z metodo linearnega programiranja. Vsak podproblem smo ločeno najprej formalno opredelili in zanj napisali matematični model.

Poskusno optimizacijo smo izvedli na testnem problemu z dvema spremenljivkama, ki hkrati omogoča tudi grafično reševanje, in s tem primerjavo rezultatov z rezultati linearnega programiranja s simpleksno metodo. Za reševanje smo izbrali vsestransko uporabno programsko orodje Matlab, ki podpira reševanje problemov linearnega programiranja, hkrati omogoča tudi risanje grafov. Rezultati linearnega programiranja po simpleksni metodi so se ujemali z rezultati, ki smo jih dobili z grafičnim reševanjem. To potrjuje ustreznost uporabljenih postopkov reševanja, rešitvi podproblemov pa dejansko določata optimalno oskrbo ob izpolnjevanju omejitev.

Pomembnost obravnavanega problema oskrbe z živili in uporabnost matematičnega modela smo predstavili z optimizacijo oskrbe z zelenjavnimi živili v eni izmed terapevtskih skupnosti. Na osnovi podatkov o številu članov skupnosti, načinu prehranjevanja in priprave obrokov, virih oskrbe z zelenjavnimi živili, razpoložljivih pridelovalnih površin skupnosti, dosedanje prakse gojenja, pridelave zelenjave in drugih za analizo pomembnih podatkov, smo definirali elemente reševanja optimizacijskega problema z metodo linearnega programiranja. Po izvedbi optimizacije smo dobili parametre optimalne oskrbe. Ker pa se že formulacija oskrbe z zelenjavo nekoliko razlikuje od dejanskega načina oskrbe, ki ga imajo v terapevtski skupnosti, dobljena rešitev ni dala rezultatov, ki bi bili neposredno prenosljivi v prakso. Je pa primerjava rezultatov optimalne in dejanske oskrbe nakazala slabosti dosedanjega načina oskrbe terapevtske skupnosti z zelenjavo.

Med izvajanjem optimizacije na primeru terapevtske skupnosti smo ugotovili nekaj slabosti zasnovane formulacije in navedli predloge za njeno izboljšavo. Navedli smo tudi nekaj idej za nadgradnjo zasnovanega modela optimizacijskega problema, ki bi omogočile njegovo uporabo na širšem področju in večjem številu raznolikih optimizacijskih problemov.

# 9 LITERATURA


**Barden, M.** (2009). Zgodovina linearnega programiranja. Pridobljeno 12. 5. 2010 s svetovnega spleta: http://www.fmf.uni-lj.si/~juvan/Racunalnistvo3/gradivo/zgodovinaLP.pdf

**Čibej, J. A.** (2006). Determinizem in slučajnost. Pridobljeno 11. 5. 2010 s svetovnega spleta: http://www.erevir.com/Moduli/Clanki/Clanek.aspx?ModulID=1&KategorijaID=11&ClanekID=169

**Dermastija, A.** (1997). Urejanje vrta. Ljubljana: Založba Mladinska knjiga.

**Golob Klančič, J.** (2006). Izbor rastlin za realizacijo arhitektonske zasnove vrta. Pridobljeno 5. 5. 2010 s svetovnega spleta: http://www.slonep.net/informacije/novice.html?arhiv=2005&direct=7786&lev1=1&lev2=70&medij=&month=*&no_tb=1&nonav=1&scope=&view=n_novice

**Jamnik, B., Stanič, M.** (2009). Uporaba matematike v logistiki. Ljubljana: Višja strokovna šola INTER-ES.

**Kaljanac, K.** (2009). Kvantitativne metode odločanja v managementu. Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

**Klemenc, A.** (2004). Vpliv podnebnih sprememb na Slovenijo. Pridobljeno 5. 5. 2010 s svetovnega spleta: http://www.medclima.com/Projekti/Brosura_Web.pdf

**Lovka, M.** (2002). Vrtnarski priročnik. Ljubljana: Založba Mladinska knjiga.

**Matematični praktikum** 2007/08 3.del. Materiali predavanj. Ljubljana: Univerza v Ljubljani. Agronomi VSŠ. Pridobljeno 5. 5. 2010 s svetovnega spleta: http://stari.bf.uni-lj.si/gozdarstvo/oglasnadeska/dokumenti/umat/AGRONOMI-VS%8A-MATEMATI%C8NI%20PRAKTIKUM%203.del.pdf

**MATLAB Optimization Toolbox 5.** User´s Guide. Natick: The MathWorks, Inc. Pridobljeno 5. 5. 2010 s svetovnega spleta: http://www.cs.ubc.ca/~murphyk/Software/CRF/MatlabOptimizationToolbox.pdf

**Oblak, L., Kropivšek, J.** (2008). Metode in modeli. Ljubljana: Savinjsko-šaleška območna razvojna agencija.

**Ostan, I.** (2002). Polnovredna živa prehrana Ann Wigmore. Pridobljeno 5. 5. 2010 s svetovnega spleta: http://zik-si.com/ziva-hrana/PolnovrednaZivaPrehranaAnnWigmore.pdf

**Pantič Starič, N.** (2006). Jedilniki za zdravo kombiniranje hrane. Ljubljana: Založba Mladinska knjiga.

**Pravilnik o prehranskih dopolnilih (2003)**. Uradni list RS, št.82/2003.

**Robič, T., Filipič, B.** (2004). Večkriterijska optimizacija z algoritmi in diferencialno evolucijo. Delovno poročilo IJS-DP 9065. Ljubljana: Institut "Jožef Stefan".

**Simon, H., Becker, J., Nickig, M.** (2005). Velika knjiga o vrtnarjenju. Ptuj: In obs medicus.

**Unger, U.** (2007). Vitamini. Ljubljana: Založba Mladinska knjiga.

**Zittlau, J., Norbert, K.** (2001). Zdrava prehrana. 2. natis. Ljubljana: Prešernova družba.

**Zupan, D.** (2005). Programski jezik Matlab. Ljubljana: Univerza v Ljubljani. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.